

2.2 等波纹切比雪夫法设计的 Hilbert 数字滤波器

等波纹切比雪夫法采用了 Parks-McClellan 算法, 取 N 为奇数, 所设计的 Hilbert 数字滤波器的理想频率响应函数 $H_d(e^{j\omega})$ 同式 (6), 其逼近误差函数为^[15-17]

$$E(\omega) = W(\omega) [H_d(e^{j\omega}) - H(\omega)], \quad (9)$$

式 (9) 中, $W(\omega)$ 为逼近加权函数, $H(\omega)$ 为线性相位 FIR 型数字滤波器的逼近函数。

令 $\delta = \max[E(\omega)]$, 为获得最优单位冲击响应 $h(n)$, 需要寻找使 $\delta = \max[E(\omega)]$ 最小的逼近函数 $H(\omega)$, 因此 Hilbert 数字滤波器的频率响应函数为

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} j & -\pi < \omega < 0 \\ -j & 0 < \omega < \pi \end{cases} \quad (10)$$

现设计带通 Hilbert 滤波器参数为: $\omega_{s1} = 0.2 \times \pi$; $\omega_{p1} = 0.35 \times \pi$; $\omega_{p2} = 0.65 \times \pi$; $\omega_{s2} = 0.8 \times \pi$; $R_p = 0.003$ dB; $A_s = 75$ dB (ω_{s1} , ω_{s2} 为阻带截止频率, ω_{p1} , ω_{p2} 为通带截止频率, R_p 为通带波动, A_s 为阻带衰减), 其滤波器的参数与窗函数法设计的 Hilbert 数字滤波器的参数一致, 等波纹切比雪夫法设计 Hilbert 滤波器, 其幅频特性和相频特性如图 5 所示。

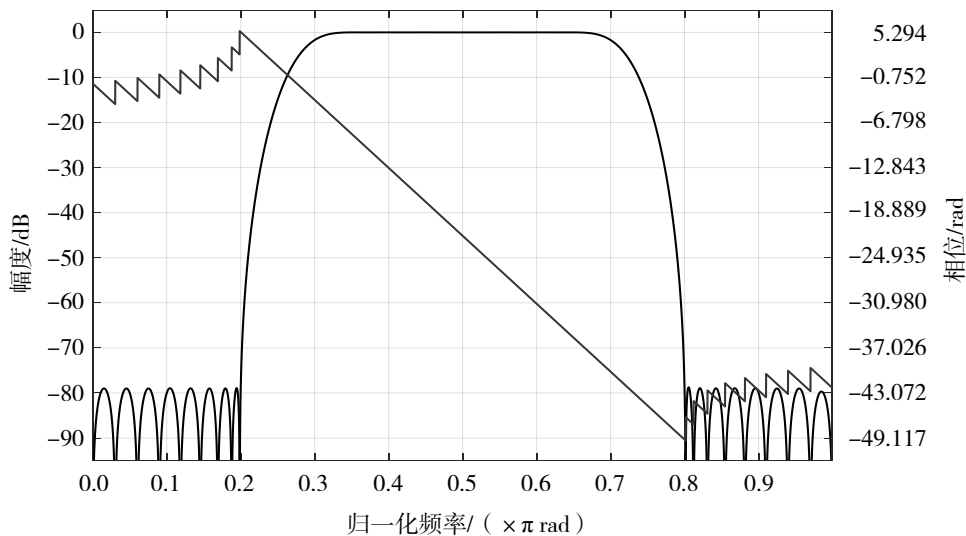


图 5 等波纹法 Hilbert 滤波器的幅频特性和相频特性

2.3 窗函数法和等波纹法设计的 Hilbert 数字滤波器的比较

在 2.1 节和 2.2 节中分别采用窗函数法和等波纹切比雪夫法设计带通 Hilbert 滤波器, 滤波器参数都为: $\omega_{s1} = 0.2 \times \pi$; $\omega_{p1} = 0.35 \times \pi$; $\omega_{p2} = 0.65 \times \pi$; $\omega_{s2} = 0.8 \times \pi$; $R_p = 0.003$ dB; $A_s = 75$ dB (ω_{s1} , ω_{s2} 为阻带截止频率, ω_{p1} , ω_{p2} 为通带截止频率, R_p 为通带波动, A_s 为阻带衰减), 现改变两种方法设计的 Hilbert 滤波器的纵坐标的最小精度, 对通带进行放大, 如图 6 和图 7 所示。

根据图 6 和图 7 我们可以发现, 窗函数的实际响应和理想响应之间的逼近误差, 在全频带区间上是不均匀分布的, 靠近边缘频率处误差较大, 远离边缘频率处较小 (Gibbs 吉布斯现象), 而等波纹法可以实现全频带区间上均匀分布且逼近误差更小, 进而可以用较低的阶数实现相同的技术指标。

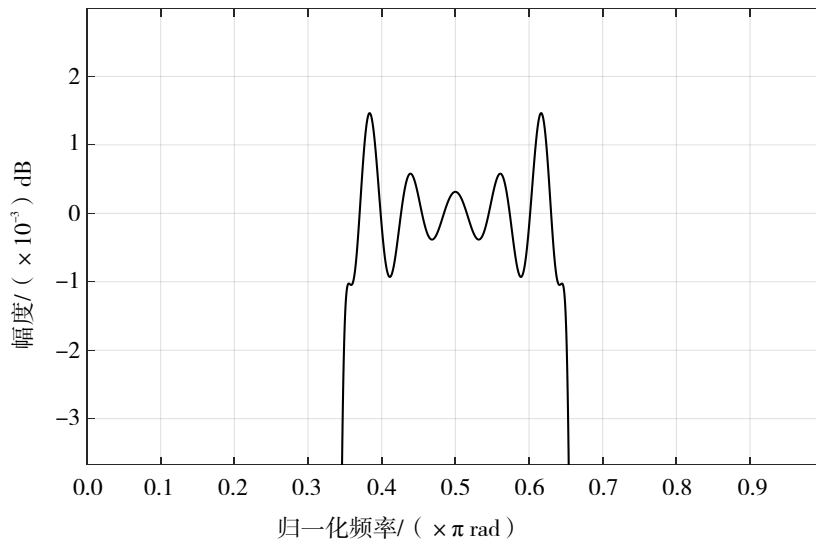


图6 窗函数法设计 Hilbert 滤波器

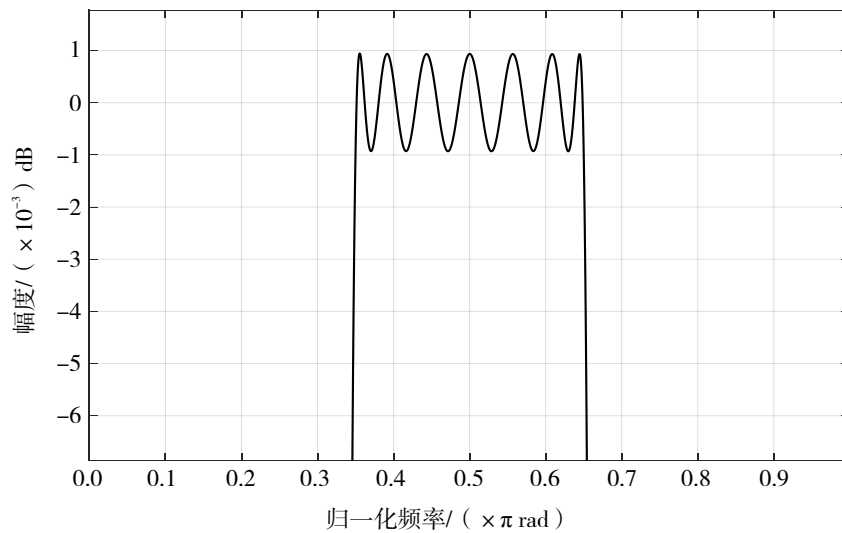


图7 等波纹切比雪夫法设计 Hilbert 滤波器

根据窗函数法和等波纹法设计滤波器的特点我们可以知道，窗函数法不能精确指定阻带截止频率 ω_s 和通带截止频率 ω_p 只能接受设计所得的大体合用值^[18-19]，等波纹法可以精确指定 ω_s 和 ω_p ，其次窗函数设计方法中使 $\delta_1 = \delta_2$ ，不能同时控制波动系数 δ_1 和 δ_2 ^[20-21]。

同时在使用 Matlab 进行仿真时可以得到，窗函数法设计 Hilbert 滤波器的阶数 $N = 75$ ，等波纹切比雪夫法设计的 Hilbert 数字滤波器的阶数 $N = 61$ ，并且通带波动 $R_p = 0.0019$ dB， $A_s = 78$ dB，可见等波纹切比雪夫法设计的 Hilbert 数字滤波器用更少的阶数实现了更优的设计指标，故本文采用等波纹切比雪夫法设计 Hilbert 滤波器。

3 系统的仿真比较

通过对频率源和系统的整体仿真，验证了系统的可行性，证明了基于 Hilbert 变换的数字鉴相器可实现较高的测量精度。

3.1 频率源的仿真

频率源的仿真是根据一组原子钟的典型噪声参数进行的^[22]，如表 1 所示。

表 1 一组原子钟的典型噪声参数

噪声参数	氢原子钟	铯原子钟	铷原子钟
A_{wp}	1.5×10^{-13}	-	-
A_{wf}	4.0×10^{-14}	8.5×10^{-12}	5.0×10^{-12}
A_{ff}	2.1×10^{-15}	2.0×10^{-12}	5.2×10^{-14}
A_{rw}	1.0×10^{-18}	-	3.6×10^{-16}

表 1 中， A_{wp} 为相位白噪声， A_{wf} 为频率白噪声， A_{ff} 为频率闪烁噪声， A_{rw} 为随机游走噪声。一般情况下，在进行钟差数据模拟时，可以忽略相位闪烁噪声^[23]，现根据原子钟的噪声参数，使用 Stable32 软件，进行铯原子钟的频率稳定度的分析，如图 8 所示。

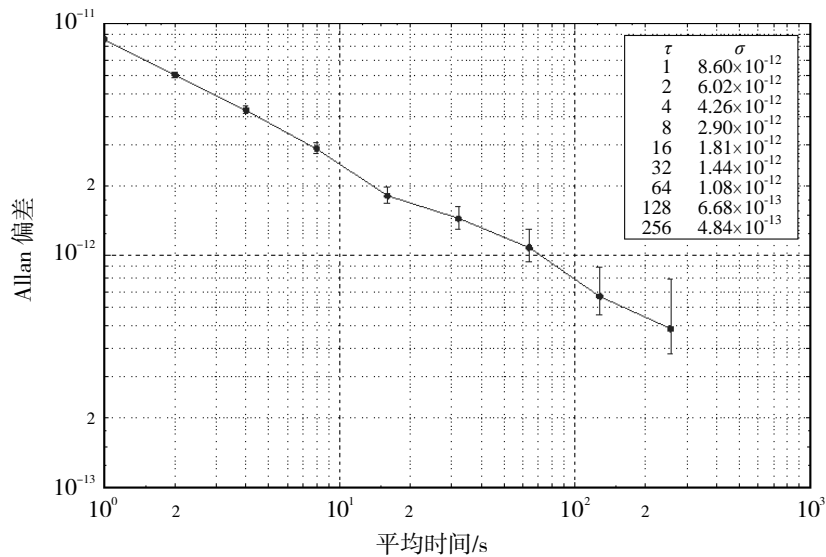


图 8 铯原子钟的频率稳定度

铯原子钟部分相位数据如表 2 所示。

表 2 铯原子钟部分相位数据 s

铯原子钟部分相位数据	
$2.635\ 631\ 801\ 593\ 084 \times 10^{-12}$	$1.073\ 616\ 179\ 764\ 655 \times 10^{-11}$
$-3.172\ 622\ 481\ 680\ 509 \times 10^{-12}$	$4.965\ 097\ 549\ 164\ 005 \times 10^{-12}$
$9.002\ 919\ 459\ 197\ 746 \times 10^{-12}$	$9.270\ 893\ 505\ 550\ 702 \times 10^{-12}$
$1.415\ 208\ 497\ 678\ 448 \times 10^{-11}$	$2.795\ 587\ 848\ 869\ 657 \times 10^{-12}$
$6.943\ 326\ 270\ 601\ 049 \times 10^{-12}$	$1.869\ 809\ 354\ 830\ 754 \times 10^{-11}$
$2.677\ 358\ 786\ 173\ 752 \times 10^{-12}$	$7.026\ 422\ 432\ 714\ 082 \times 10^{-12}$
$2.060\ 630\ 647\ 104\ 853 \times 10^{-12}$	$1.731\ 036\ 431\ 916\ 501 \times 10^{-12}$

3.2 系统仿真过程

现设频率源为铯原子钟，其输出信号为 10 MHz 的正弦信号，将 Stable32 软件仿真的铯钟的相位数据拟合到 10 MHz 信号上，拟合后的信号通过 Matlab 进行相关处理并进行系统仿真，将系统产生的相位数据与直接使用 Stable32 软件仿真的铯钟的相位数据进行比较，得到输入前和输入后相位的变化。其部分比对数据如表 3 所示。

表 3 铯原子钟部分比对数据

s

铯原子钟部分原始相位数据	系统产生的相位数据	误差
$2.635\ 631\ 801\ 593\ 084 \times 10^{-12}$	$2.779\ 749\ 266\ 900\ 42 \times 10^{-12}$	$-1.441\ 174\ 653\ 073\ 360 \times 10^{-13}$
$-3.172\ 622\ 481\ 680\ 509 \times 10^{-12}$	$-3.075\ 240\ 171\ 384\ 00 \times 10^{-12}$	$-9.738\ 231\ 029\ 650\ 905 \times 10^{-14}$
$9.002\ 919\ 459\ 197\ 746 \times 10^{-12}$	$8.998\ 245\ 967\ 284\ 76 \times 10^{-12}$	$4.673\ 491\ 912\ 986\ 165 \times 10^{-15}$
$1.415\ 208\ 497\ 678\ 448 \times 10^{-11}$	$1.420\ 218\ 924\ 725\ 59 \times 10^{-11}$	$-5.010\ 427\ 047\ 141\ 920 \times 10^{-14}$
$6.943\ 326\ 270\ 601\ 049 \times 10^{-12}$	$7.113\ 744\ 029\ 196\ 39 \times 10^{-12}$	$-1.704\ 177\ 585\ 953\ 403 \times 10^{-13}$
$2.677\ 358\ 786\ 173\ 752 \times 10^{-12}$	$2.636\ 312\ 159\ 941\ 30 \times 10^{-12}$	$4.104\ 662\ 623\ 245\ 204 \times 10^{-14}$
$2.060\ 630\ 647\ 104\ 853 \times 10^{-12}$	$2.255\ 524\ 574\ 335\ 18 \times 10^{-12}$	$-1.948\ 939\ 272\ 303\ 270 \times 10^{-13}$

从表 3 中我们也可以看到，铯原子钟仿真原始相位数据与本文所设计的鉴相器的输出的相位数据相差较小。

用系统产生的相位数据计算频率稳定度，仿真图如图 9 所示。

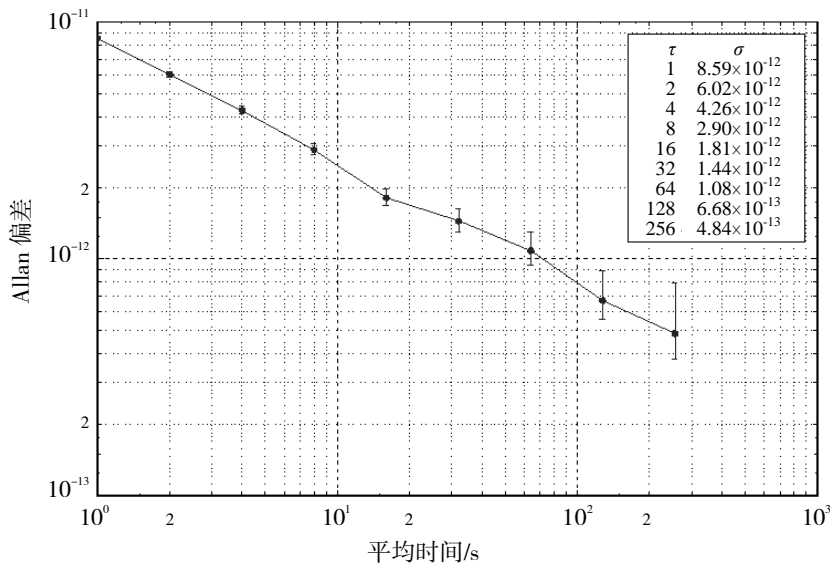


图 9 系统产生的相位数据计算频率稳定度

比较图 8 和图 9 我们可以发现，铯原子钟仿真信号通过基于 Hilbert 变换的数字鉴相器产生相位数据，对其所产生的相位数据使用 Stable32 进行频率稳定度的计算，与铯原子钟仿真信号直接使用 Stable32 计算的频率稳定度的结果基本一致，证明了基于 Hilbert 变换的数字鉴相器可以实现较高的测量精度。

4 结语

本文在 Matlab 环境下采用窗函数法和等波纹切比雪夫法设计了 FIR 型 Hilbert 数字滤波器并对数字鉴相器进行仿真实验,证明了采用等波纹切比雪夫法设计的 Hilbert 滤波器较窗函数法设计的 Hilbert 滤波器,可以用更少的阶数实现更优的设计指标,使用 Stable32 进行频率源的仿真和稳定度的计算,验证了基于 Hilbert 变换的数字鉴相器的仿真结果,仿真结果表明利用 Hilbert 变换进行数字鉴相器的设计可以获得较高测量精度,验证了系统的可行性,用数字信号处理的方式代替模拟电路,避免过零检测带来的噪声污染,为后续的硬件平台的搭建提供了理论支撑。

参考文献:

- [1] 董雅洁. 高精度数字鉴相方法及其误差分析[D]. 太原: 中北大学, 2014.
- [2] THOMPSON A R, MORAN J M, SWENSON G W Jr. Interferometry and synthesis in radio astronomy[M]. 2nd ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2001.
- [3] 刘娅. 多通道数字化频率测量方法研究与实现[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2010.
- [4] 陈啸晴. 基于 Hilbert 数字滤波的无功功率表设计研究[D]. 长沙: 中南大学, 2009.
- [5] LYONS R G. Understanding digital signal processing [M]. 2nd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2004.
- [6] 组云霄, 庞浩, 李东霞, 等. 一种基于 Hilbert 数字滤波的无功功率测量方法[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(16): 50-52.
- [7] 庞浩, 王赞基, 陈建业, 等. 基于两对 Hilbert 移相滤波器的无功功率测量方法[J]. 电力系统自动化, 2006, 30(18): 45-48.
- [8] 胡广书. 数字信号处理: 理论、算法与实现[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [9] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [10] MITRA S K. Digital signal processing: a computer-based approach[M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2005.
- [11] 陈维荣. 神经网络及小波变换在牵引供电系统馈线故障检测中的应用研究[D]. 成都: 西南交通大学, 1998.
- [12] LYONS R G. Understanding digital signal processing[M]. Beijing: China Machine Press, 2005.
- [13] 曾喆昭, 李仁发. 希尔伯特变换器优化设计研究[J]. 系统工程学报, 2002, 17(3): 221-224.
- [14] 何正权, 何旭. 多次采样与希尔伯特变换[J]. 电子科技大学学报, 1997, 26(5): 504-510.
- [15] 王薇, 王晓茹, 黄晓青, 等. 无功功率测量的 Hilbert 数字滤波器研究[J]. 电测与仪表, 2007, 44(3): 9-12.
- [16] 陈啸晴. 基于 Hilbert 数字滤波的无功功率表设计研究[D]. 长沙: 中南大学, 2009.
- [17] 李晶晶, 江桦, 王明坤. 希尔伯特变换在信号解调中的应用[J]. 郑州信息工程大学学报, 2002, 3(4):29-31.
- [18] 宋知用. MATLAB 数字信号处理 85 个实用案例精讲—入门到进阶[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2016.
- [19] 张照明, 刘郑波, 刘斌. 应用 MATLAB 实现信号分析和处理[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [20] 万永革. 数字信号处理的 MATLAB 实现[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [21] 陈怀琛. 数字信号处理教程—MATLAB 释义与实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008.
- [22] DIEZ J, D'ANGELO P, FERNANDEZ A. Clock error simulation and characterisation[J]. Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Fort Worth: Institute of Navigation, 2006: 815-821.
- [23] DASS T, PETZINGER J, et al. Analysis of on-orbit behavior of GPS block II-R time keeping system[J]. Proceedings of the 30th Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting, Virginia: Institute of Navigation, 1998: 173-186.