

2 性能对比分析

扩频码的优劣对卫星导航信号的性能有决定性影响^[4], 本节对扩频码的性能分析包括相关性、平衡性、游程性以及线性复杂度。

2.1 相关性

在扩频码的实际应用中, 首先要考虑的关键因素是自相关性和互相关性。对于周期为 N 的二值扩频码序列 $X\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 、 $Y\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$, 其自相关函数和互相关函数的定义可描述为:

$$P_{AC(l)} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k X_{k-l}, \quad (1)$$

$$P_{CC(l)} = \sum_{k=0}^{N-1} X_k Y_{k-l}, \quad (2)$$

式(1)和(2)中, $P_{AC(l)}$ 与 $P_{CC(l)}$ 分别代表自相关和互相关, l 代表码片移位值, X_k 代表第 k 个码片。

可以通过相关旁瓣能量, 定量分析扩频码的性能, 相关旁瓣能量越大, 说明相关函数旁瓣峰值越大, 扩频码性能就越差, 反之扩频码性能就越好。最大相关旁瓣能量表示为

$$E_b = 20 \log_{10} \left(\frac{E_{\text{corr}}}{L} \right), \quad (3)$$

式(3)中, $\frac{E_{\text{corr}}}{L}$ 是归一化函数, E_{corr} 表示自相关旁瓣最大值或者互相关峰值, L 表示序列长度。

首先, 定性分析新扩频码的相关性。在 Matlab 仿真平台下, 取新扩频码的级数为 4、6、8、10, 分别仿真分析新扩频码的归一化自相关性和归一化互相关性, 如图 3 至图 6 所示。

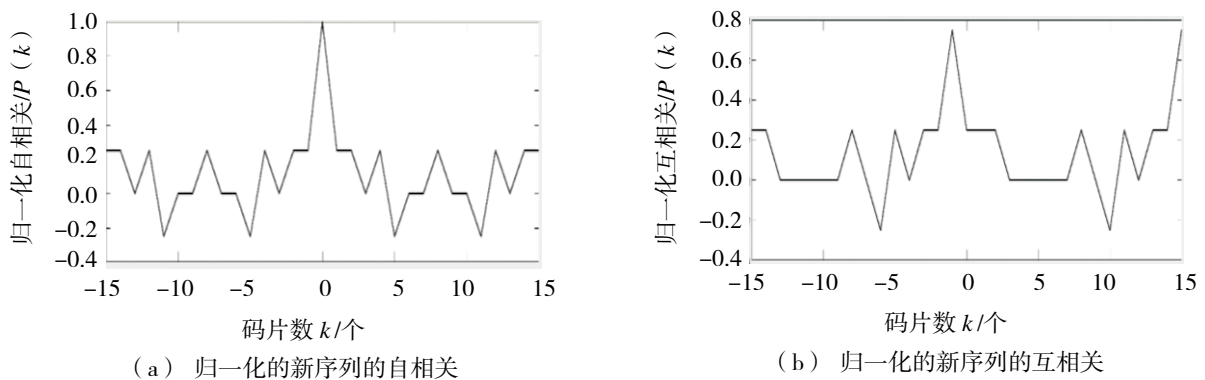
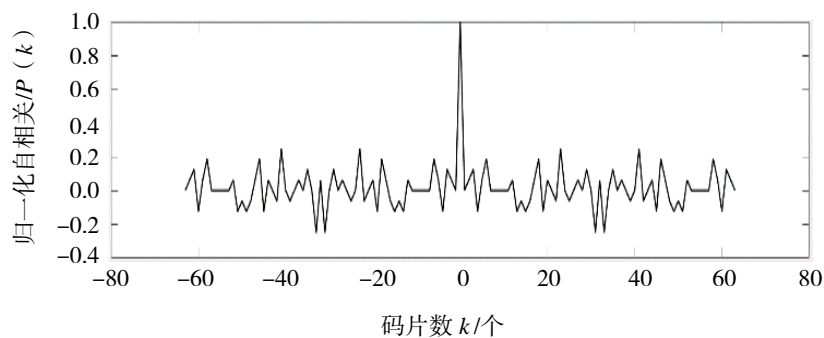
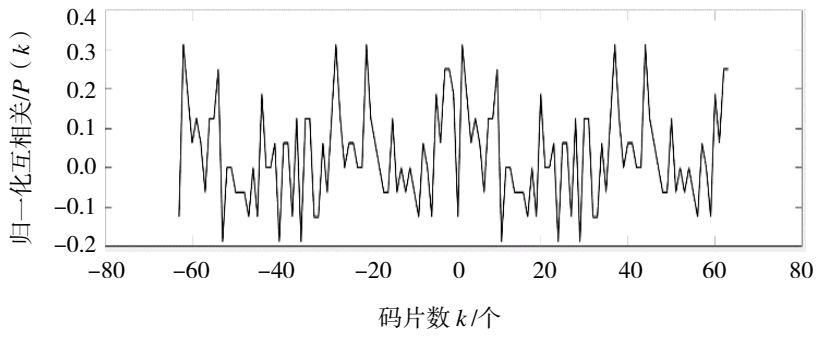


图 3 新扩频码级数为 4 的仿真分析的相关性

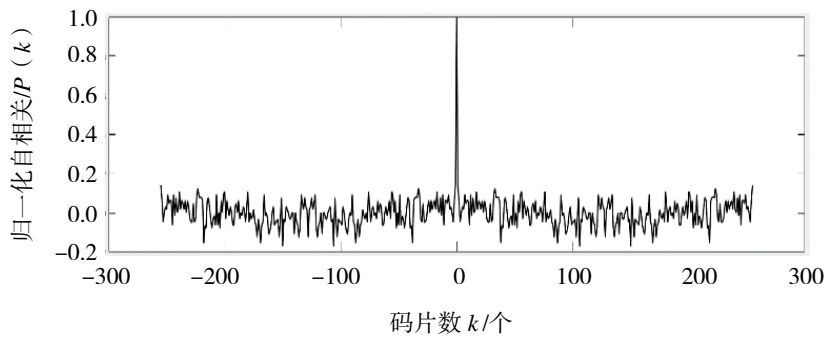


(a) 归一化的新序列的自相关

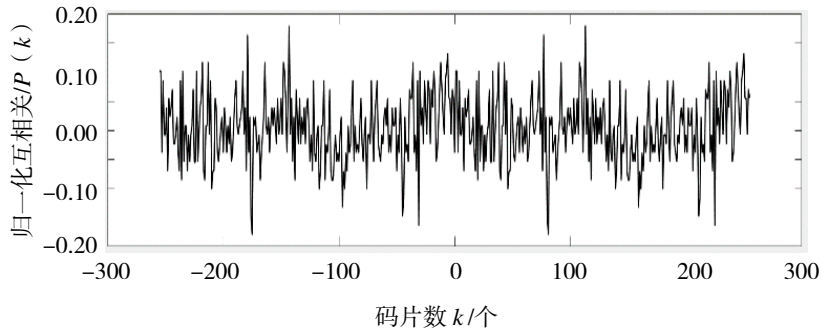


(b) 归一化的新序列的互相关

图 4 新扩频码级数为 6 的仿真分析的相关性

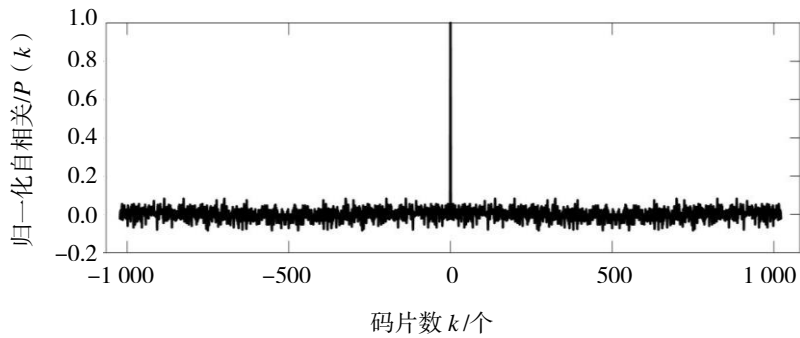


(a) 归一化的新序列的自相关

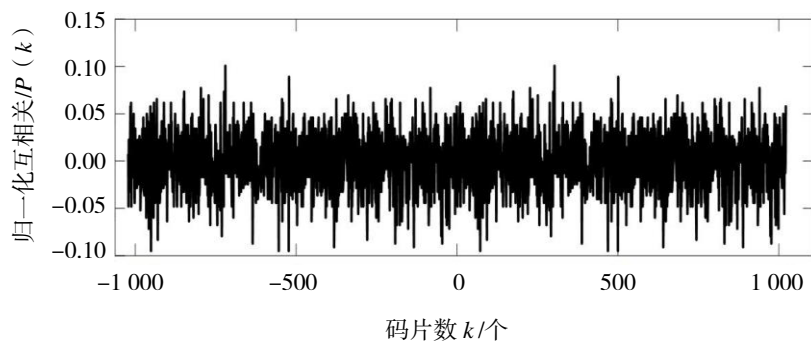


(b) 归一化的新序列的互相关

图 5 新扩频码级数为 8 的仿真分析的相关性



(a) 归一化的新序列的自相关



(b) 归一化的新序列的互相关

图 6 新扩频码级数为 10 的仿真分析的相关性

从图 3 至图 6 可以看出,随着序列长度的增加,新扩频码的自相关函数的主瓣表现为 δ 函数,主瓣与旁瓣峰值比越大,自相关性越好。良好的自相关性能有利于提高系统的抗干扰能力,便于信号的接收和检测,提高信号的捕获速度和跟踪精度,这样的特性满足高精度测距的要求。互相关函数随着序列长度的增加,越来越趋近于 0,良好的互相关性可以提高频谱利用率,降低各系统信号之间互相干扰的影响^[5]。

为了定量分析新扩频码的相关性,本文对比了新扩频码、Gold 码以及 Kasami 小集合序列的最大自相关旁瓣能量和互相关峰值能量,如表 1 和表 2 所示。

表 1 3 种扩频码的最大自相关旁瓣 dB

级数	Gold 码	Kasami 小集合序列	新扩频码
$n = 4$	-11.479 5	-13.979 4	-12.020 6
$n = 6$	-12.464 8	-19.085 7	-14.540 0
$n = 8$	-14.689 5	-18.301 3	-16.123 6
$n = 10$	-22.247 7	-21.819 6	-20.470 5

由表 1 可以看出,最大自相关旁瓣的功率随着序列长度的增加而逐渐降低,新扩频码的自相关性能与 Gold 基本相当,比 Kasami 小集合序列稍逊一筹。总的来说,新扩频码能够满足卫星导航定位系统对信号的捕获和跟踪需求^[6]。

表 2 3 种扩频码的互相关峰值 dB

级数	Gold 码	Kasami 小集合序列	新扩频码
$n = 4$	-5.460 6	-6.543 3	-6.498 8
$n = 6$	-12.464 8	-11.379 2	-12.041 2
$n = 8$	-16.144 0	-17.246 6	-17.540 0
$n = 10$	-22.247 7	-19.939 4	-21.304 0

由表 2 可以看出,3 种扩频码的互相关峰值功率随着序列长度的增加而降低,新扩频码的互相关性能要优于 Kasami 小集合序列,与 Gold 码基本相当。总之,新扩频码的互相关性能优异,可以降低多址干扰,提高卫星导航定位系统的信号传输质量以及系统容量^[7]。

2.2 平衡性

扩频码的平衡性与系统的载波抑制制度有关,如果扩频码不平衡,则会造成卫星导航定位系统载波泄

漏，降低系统的保密性、抗干扰和抗侦破能力^[8]。

平衡度 E 定义为：

$$E = \frac{|P - Q|}{L}, \quad (4)$$

式 (4) 中， L 表示序列的长度， P 表示序列中 1 的个数， Q 表示序列中 0 的个数。 E 越小，序列的平衡度越好，性能越好。

在 Matlab 仿真平台下，根据上述平衡度的定义，取序列的级数分别为 4、6、8、10，将新扩频码、Gold 码以及 Kasami 小集合序列 3 种扩频码，做平衡度的对比仿真分析，如图 7 所示。

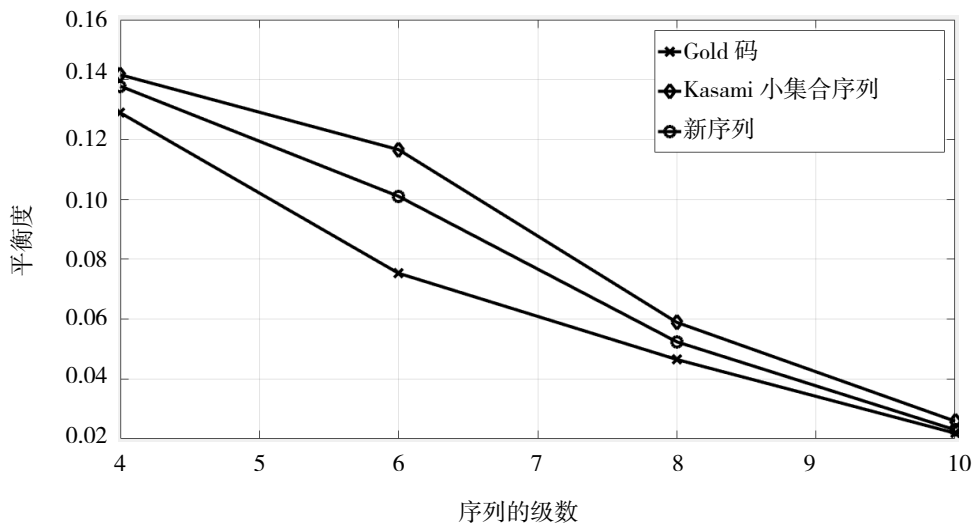


图 7 3 种扩频码的平衡度对比

从图 7 可以看出，随着序列级数的增加，3 种扩频码的平衡度都在降低，越来越接近 0。新扩频码的平衡性介于 Gold 码和 Kasami 小集合序列之间。总体表明，该扩频码能够抑制卫星导航定位系统的载波泄漏，提高导航定位系统的保密性和抗干扰能力^[9]。

2.3 游程性

序列中连续出现 0 或 1 的子序列称为游程，连续的 0 或 1 的个数称为游程长度，游程特性是表征序列随机特性的一个重要方面。在 n 级的 m 序列的每个周期内，总的游程数为 2^{n-1} ，长度为 k 的游程占游程总数的 $1/2^k$ ，且在等长游程中，0 游程和 1 游程各占一半， m 序列的游程特性是非常优良的^[10]。因此，可以将 Gold 码、Kasami 小集合序列、新扩频码与 m 序列进行对比。

在 Matlab 仿真平台下，取序列的级数 $n = 8$ ，将 Gold 码、Kasami 小集合序列、新扩频码与 m 序列的对比如表 3 所示。

表 3 Gold 码、Kasami 小集合序列、新扩频码与 m 序列的游程性对比 (序列级数 $n = 8$)

游程长度 k	m 序列	Gold 码	Kasami 小集合序列	新序列
1	64	64	64	65
2	32	32	32	32
3	16	16	16	16
4	8	8	8	8

由表 3 可以看出,新构造的扩频序列的游程长度与 m 序列基本一致,具有很好的游程性。

2.4 线性复杂度

在卫星导航定位系统中,对抗干扰和抗截获的性能要求比较高,所以新构造的扩频码必须具有较高的线性复杂度,这直接关系到导航系统保密性能的优劣^[11]。一般来讲,对于长度为 N 的序列,线性复杂度为 $N/2$ 时,序列的安全性最好。所谓线性复杂度就是利用线性反馈移位寄存器去恢复该序列的难易程度。例如,设 $\alpha=(a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$ 是一个长度为 N 的序列,那么该序列的线性复杂度就是能够生成该序列的最短线性反馈移位寄存器的级数。1967 年, Berlekamp 发现了一个 BCH 译码算法,到了 1969 年 Massey 将该算法成功应用于线性反馈移位寄存器的重构问题,提出了著名的 Berlekamp-Massey 算法,简称为 B-M 算法。B-M 算法的基本思想是对序列求 $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ 的线性反馈移位寄存器 $\langle f_n(x), l_n \rangle$, 当 $\langle f_n(x), l_n \rangle$ 等于 $\langle f_{n+1}(x), l_{n+1} \rangle$ 时,序列的线性复杂度为 l_n 。具体算法如下:

设序列 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{N-1}$ 是有限域上 $GF(q)$ 上的一个任意给出的长为 N 的有限序列。对 n 用数学归纳法来定义一系列的 $\langle f_n(x), l_n \rangle$, $n=1, 2, 3, \dots, N$ 。① 设 n_0 是非负整数使: $a_0 = a_1 = a_2 = \dots = a_{n_0-1} = 0$, $a_{n_0} \neq 0$, 约定: $d_0 = d_1 = d_2 = \dots = d_{n_0-1} = 0$, $d_{n_0} = a_{n_0}$, 并令: $f_1(x) = f_2(x) = \dots = f_{n_0}(x) = 1$, $l_1 = l_2 = \dots = l_{n_0} = 0$, 同时可以任取一个 $n_0 + 1$, 线性移位寄存器作为 $\langle f_{n_0+1}(x), l_{n_0+1} \rangle$ 。为确定起见,令: $f_{n_0+1}(x) = 1 - d_{n_0} x^{n_0+1}$, $l_{n_0+1} = n_0 + 1$ 。② 设 $\langle f_i(x), l_i \rangle$, $i=1, 2, \dots, n$ ($n_0 < n < N$) 已经求得。而: $l_1 = l_2 = \dots = l_{n_0} < l_{n_0+1} < l_{n_0+2} \leq \dots \leq l_n$, 另: $f_n(x) = 1 + c_{n_1} x + c_{n_2} x^2 + \dots + c_{n_n} x^{l_n}$, 计算: $d_n = a_n + c_{n_1} a_{n-1} + c_{n_2} a_{n-2} + \dots + c_{n_n} a_{n-l_n}$ 。 d_n 为第 n 步的差值, 区别下面两种情况: 1) $d_n = 0$, 这时令 $f_{n+1}(x) = f_n(x)$, $l_{n+1} = l_n$; 2) $d_n \neq 0$, 这时取 m ($1 \leq m < n$) 使 $l_m < l_{m+1} = l_{m+2} = \dots = l_n$, 并令 $f_{n+1}(x) = f_n(x) - d_n d_m^{-1} x^{n-m} f_m(x)$, $l_{n+1} = \max\{l_n, n+1-l_n\}$ 。最后, 得到序列 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{N-1}$ 的一个最短线性移位寄存器 $\langle f_n(x), l_n \rangle$ 。

B-M 算法流程图如图 8 所示, 其中, l_n 表示序列的线性复杂度, $f_n(x)$ 表示移位寄存器的状态, d_n 表示第 n 步的差值。

根据 B-M 算法, 比较 m 序列、Gold 码、Kasami 小集合序列、新扩频码 4 种序列的线性复杂度, 结果如表 4 所示。

表 4 m 序列、Gold 码、Kasami 小集合序列、新扩频码线性复杂度对比

序列长度 N	m 序列	Gold 码	Kasami 小集合序列	新序列
15	4	4	8	9
63	6	12	27	26
255	8	16	93	93
1023	10	20	351	352

由表 4 可以看出, 相比较于其他 3 种扩频码, 新构造的扩频码的线性复杂度更接近 $N/2$ 这一指标, 序列具有较高的安全性。

3 新扩频码误码性能仿真分析

为了全面评估新扩频码的性能, 本节利用 Matlab 软件对基于 DS-SS-SS-SS 系统进行建模, 分别在加性

高斯白噪声信道和瑞利衰落信道下，仿真分析 Gold 码、Kasami 小集合序列以及新扩频码的误比特率。

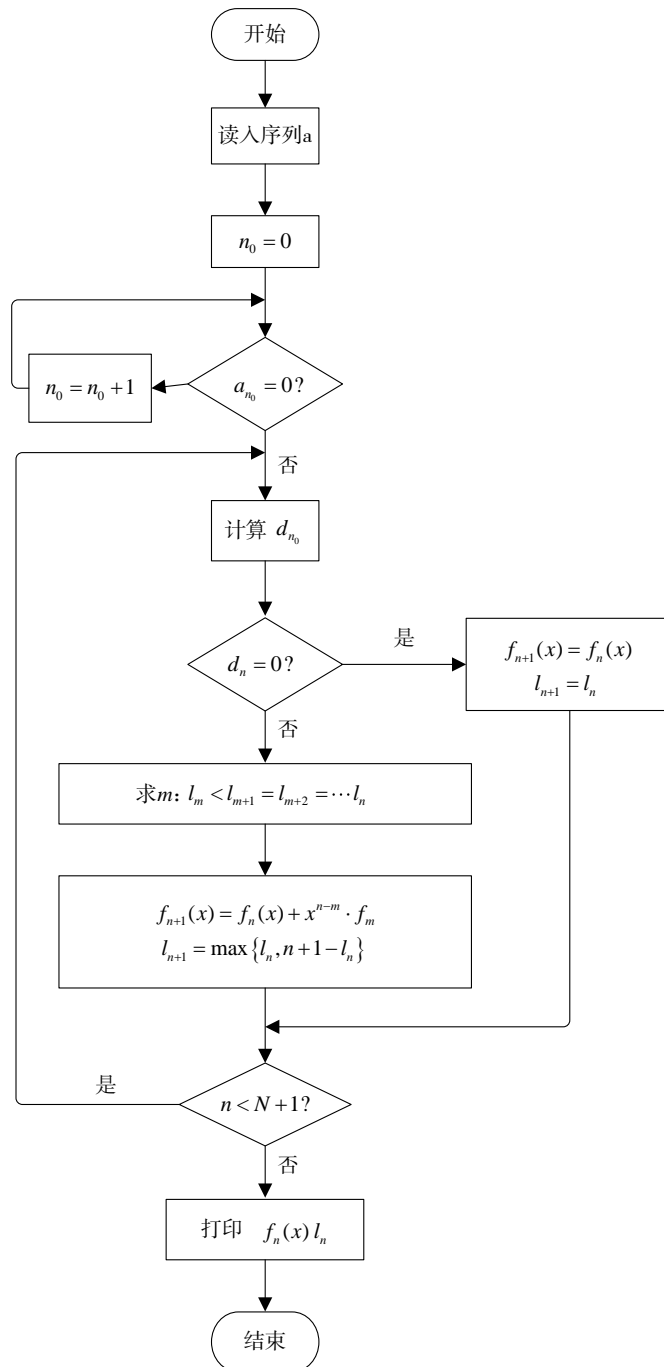


图 8 B-M 算法流程图

3.1 系统建模

假定系统的发射端与接收端实现载频完全同步，发射端与接收端的扩频码序列的产生也实现完全同步，只考虑高斯白噪声和多径衰落对 DS-CDMA 系统误码性能的影响^[12]。在 Matlab 仿真平台下搭建 DS-CDMA 系统，其系统原理图如图 9 所示。

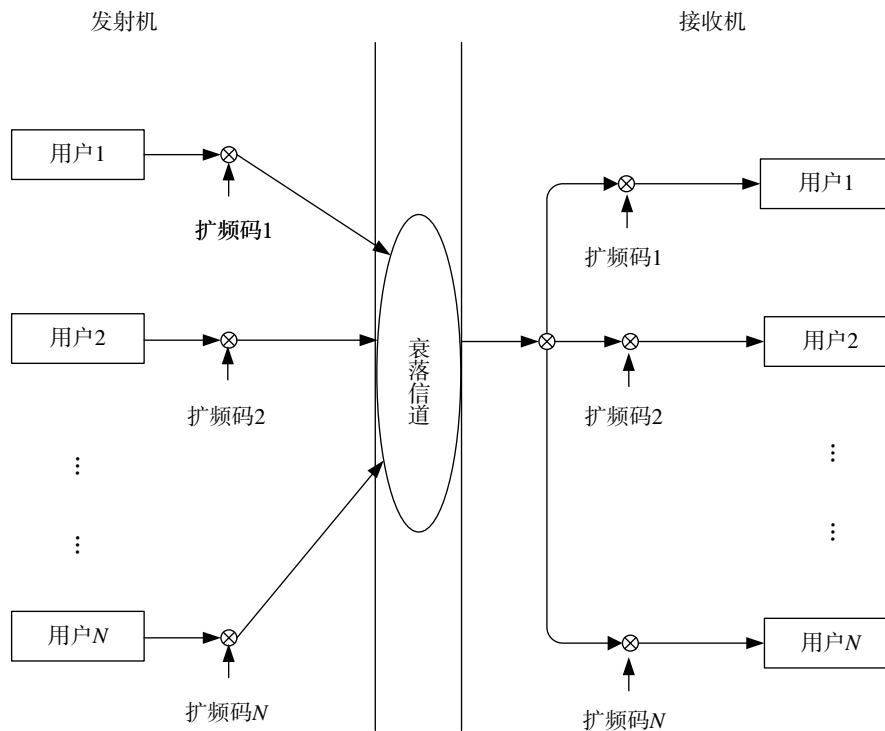


图 9 DS-CDMA 系统原理图

3.2 加性高斯白噪声信道的误码性能

AWGN 信道是通信系统中最基本的信道，在 AWGN 信道中只考虑加性高斯白噪声对传输信号的影响^[13]。在 Matlab 仿真平台下，分别仿真分析 Gold 码、Kasami 小集合序列以及新扩频码应用于 DS-CDMA 系统中时，其在 AWGN 信道下的误比特率。如图 10 所示，图中扩频码长度为 63，信噪比变化范围为 0~10 dB，用户数为 4，发射数据进行 Gray 编码并进行 4-QAM 调制。

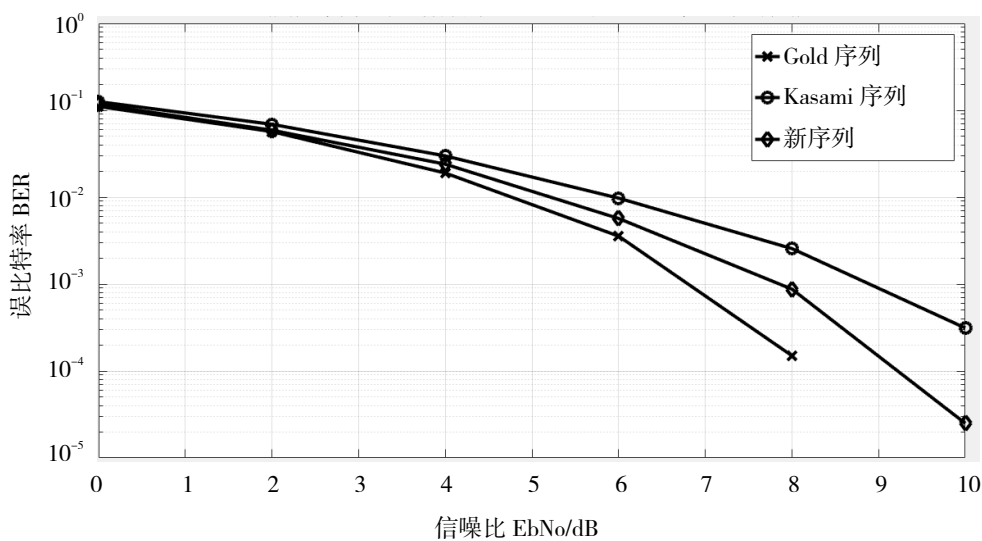


图 10 当用户数为 4 时 3 种扩频码在 AWGN 信道下的性能表现

由图 10 可以看出，信噪比相同的情况下，Gold 码性能最佳，Kasami 小集合序列性能最差，新扩频码性能介于两者之间。当信噪比大约大于 6.8 dB 时，Gold 码的误比特率小于 10⁻³；当信噪比大约大于 8 dB

时,新扩频码的误比特率小于 10^{-3} ;当信噪比大约大于 9 dB 时,Kasami 小集合序列的误比特率小于 10^{-3} 。综上所述,在 AWGN 信道下,Gold 码性能最优,新扩频码次之,Kasami 小集合序列最差。

3.3 瑞利衰落信道的误码性能

在卫星导航定位系统中,导航信号传播的环境是复杂多变的,存在多径衰落现象^[14]。所谓多径衰落,是指接收机收到经折射、反射和直射等几条路径到达的信号,这些不同路径到达的信号相位不一致且具有时变性,接收信号将被增强或者削弱。多径衰落的信号包络的浮动服从瑞利分布,传输路径中相位变化服从均匀分布,我们将此多径衰落称为 Rayleigh 衰落^[15]。本文利用改进的 Jakes 模型来产生单径的平坦型 Rayleigh 衰落信道。在 Matlab 仿真中,假定各用户信号经过 5 条路径到达接收端,每条路径由 6 个或 7 个平面波叠加产生 Rayleigh 衰落波形,扩频码序列长度为 63,同时传输的用户数为 4,信噪比变化范围为 0~10 dB,在 Rayleigh 衰落信道加 AWGN 信道情况下,DS-CDMA 系统的误码性能分析如图 11 所示。

由图 11 可以看出,信噪比相同时,新扩频码的误码性能最佳,Kasami 小集合序列的误码性能最差,Gold 码介于两者之间。当信噪比大于 2 dB 时,新扩频码的误比特率小于 10^{-1} ,而 Gold 码和 Kasami 小集合序列的误比特率大于 10^{-1} 。随着信噪比的增加,新扩频码的误比特率下降明显,当信噪比等于 10 dB 时,新扩频码的误比特率接近 10^{-2} ,优于 Gold 码和 Kasami 小集合序列。

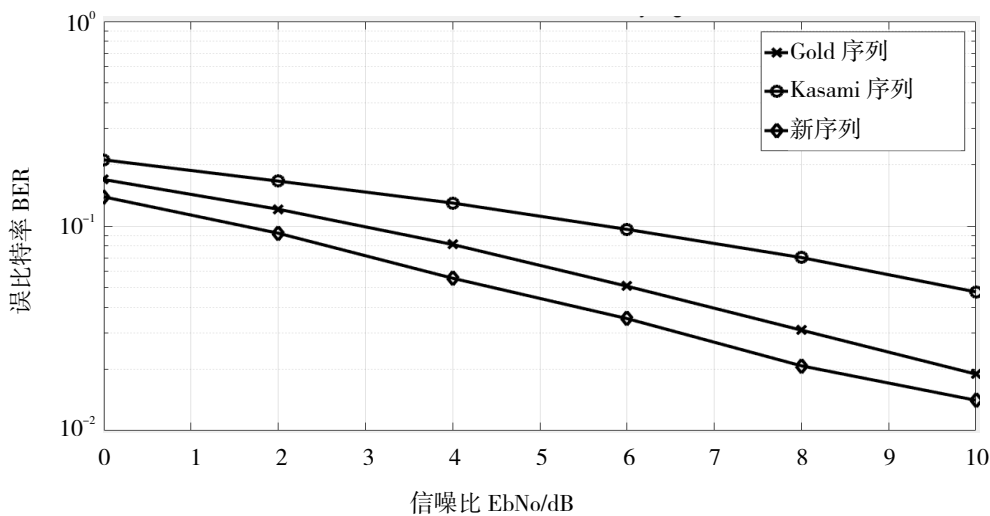


图 11 当用户数为 4 时 3 种扩频码在 Rayleigh 衰落信道下的性能表现

4 结语

本文提出了一种新的扩频码,在相关性、平衡性、游程性、线性复杂度 4 方面与传统扩频码进行了对比分析。结果表明:新扩频码具有优良的自相关性和互相关性;平衡性与 Gold 码基本一致,比 Kasami 小集合序列有一定改善,序列级数分别为 4、6、8、10 时的新序列的平衡度比 Kasami 小集合序列的平衡度分别改善了 7.65%、11.87%、11.97%、10.03%;保持了较好的游程性;线性复杂度比传统扩频码更加接近理想设计,理想指标 $N/2$,解决了传统扩频码线性复杂度不足的问题。利用 Matlab 仿真平台,搭建了加性高斯白噪声信道和瑞利衰落信道下的多用户 DS-CDMA 系统,对新扩频码的误码性能进行了仿真分析,结果表明:在两种信道下,新扩频码具有较低的误比特率,抗噪声性能优异。总而言之,新扩频码本身具有一定的优势。

参考文献:

- [1] WANG D, XUE R, SUN Y. A ranging code based on the improved logistic map for future GNSS signals: code design and performance evaluation[J]. *Eurasip Journal on Wireless Communications & Networking*, 2017, 2017(1): 57.
- [2] 张祥莉, 胡修林, 唐祖平. 一种改善 GNSS 弱信号捕获性能的伪码优化设计[J]. *电子学报*, 2013, 41(10): 1953–1957.
- [3] DONELAN H, FARRELL T O. Method for generating sets of orthogonal sequences[J]. *Electronics Letters*, 1999, 35(18): 1537–1538.
- [4] ZHENG Y R, XIAO Ch Sh. Improved models for the generation of multiple uncorrelated Rayleigh fading waveforms[J]. *IEEE Communications Letters*, 2002, 6(6): 256–258.
- [5] 宫剑, 毕红军, 贾怀义. Kasami 扩频序列的研究[J]. *北方交通大学学报*, 2001, 25(3): 103–106.
- [6] 朱建锋. 卫星导航信号扩频码构造、优选和增强接收技术研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2015.
- [7] HONG G K, IICKHO S, SEIKHO Y, et al. PN code acquisition using signed-park-based nonparametric detectors in DS/SS Systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2001, 50(4): 172–176.
- [8] 肖国镇, 梁传甲, 王育民. 伪随机序列及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985.
- [9] 卢晓春, 陈清刚, 胡永辉, 等. 卫星导航定位系统中伪随机码的研究[J]. *时间频率学报*, 2004, 27(1): 23–31.
- [10] KOS T, GRGIC M, MANDIC L. GPS modernisation and GNSS development[J]. *47th International Symposium ELMAR–2005*, 2005, 8(10): 269–273.
- [11] LIU M H, ZHAN X Q, LI W, et al. A compatibility analysis between GNSS and radio astronomy/microwave landing system in C band[J]. *Aeronaut. Astronautics Aviat*, 2014, 46(2): 102–107.
- [12] GOLD R. Optimal binary sequences for spread spectrum mutli-plexing[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 1967, 13(4): 619–621.
- [13] WAN G B, KWON H M. PN code acquisition using smart antenna for spread-spectrum wireless communications-part I[J]. *Transactions on Vehicular Techology*, 2003(1): 142–149.
- [14] 张志辉, 宋花荣. m 序列与 Gold 序列比较[J]. *信息技术*, 2006, 30(6): 69–71.
- [15] YANG C X, LU X C, WANG L. Performance analysis for ranging codes of satellite navigation system[J]. *Time Freq*, 2013, 36(6): 173–180.