

DOI:10.13875/j.issn.1674-0637.2019-01-0053-07

# 考虑最小二乘拟合端部效应的 UT1-UTC 预报<sup>\*</sup>

雷雨<sup>1,2</sup>, 蔡宏兵<sup>1,2</sup>, 高玉平<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600;  
2. 中国科学院 时间频率基准重点实验室, 西安 710600)

**摘要:** 现有 UT1-UTC 预报模式在进行周期项与残差项拟合分离时, 通常没有考虑最小二乘 (LS) 拟合序列的端部畸变现象 (数据处理中称为端部效应), 预报精度难以取得较大改善。针对 LS 拟合存在的端部畸变现象, 首先采用时序分析方法在 UT1-UTC 序列两端进行数据延拓, 形成一个新序列, 然后用新序列求解 LS 外推模型系数, 最后再联合 LS 模型及自回归模型对 UT1-UTC 序列进行预测。试验结果表明, 在 UT1-UTC 序列端部增加延拓数据, 可以有效地改善 LS 拟合序列出现的端部畸变现象; 相对于常规 LS 模型, 基于端部效应改善的 LS (ECLS) 模型的 UT1-UTC 短期预报精度没有提升, 但在中长期预报中基于 ECLS 模型的预报精度有明显提升。

**关键词:** UT1; 预报; 最小二乘; 端部效应; 端部延拓

## A least squares-based UT1-UTC prediction method with consideration of the edge-effect

LEI Yu<sup>1,2</sup>, CAI Hong-bing<sup>1,2</sup>, GAO Yu-ping<sup>1,2</sup>

(1. National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;  
2. Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standards, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

**Abstract:** The prediction accuracy of UT1-UTC can be affected by the edge distortion of least squares (LS) fitting time-series, which is referred to as edge-effect in the data-processing field, when periodic oscillations and residuals are separated by LS fitting. In order to improve the edge-effect, the original UT1-UTC time-series is first extended on both boundaries by using a time-series analysis model. A LS extrapolation model is then set up using the extended time-series. Finally UT1-UTC predictions are obtained by employing the combination of the edge-effect correlated least squares (ECLS) and autoregressive (AR) models. The results demonstrate that the edge-effect can be significantly improved with the proposed method. In addition, the accuracy of the UT1-UTC short-term predictions is same as that by conventional LS-based method. However, the medium- and long-term predictions are remarkably improved than those obtained by the LS-based method.

**Key words:** universal time; prediction; least squares (LS); edge-effect; edge extension

<sup>\*</sup> 收稿日期: 2018-08-16; 接受日期: 2018-10-18

基金项目: 中国科学院“西部之光”人才培养计划西部青年学者资助项目 (XAB2017B06)

作者简介: 雷雨, 男, 助理研究员, 主要从事地球自转变化监测与预报研究。

## 0 引言

地球自转运动可以用地球定向参数(Earth orientation parameters, EOP)来表征。EOP 包括岁差、章动、UT1-UTC 和极移的两个分量  $x_p$  和  $y_p$ 。ERP 是实现地球参考坐标系与天球参考坐标系相互转换的必需参数,在天文地球动力学研究、深空探测及卫星导航等领域有着重要应用<sup>[1-2]</sup>。甚长干涉基线测量(very long baseline interferometry, VLBI)、多普勒卫星定轨和无线电定位(Doppler orbitography and radiopositioning integrated by satellite, DORIS)及全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)等空间测地技术是测量 EOP 的主要手段,其中 UT1-UTC 和极移的测量精度可以分别达到  $10 \mu\text{s}$  和  $100 \mu\text{as}$ <sup>[3]</sup>,但复杂的资料处理过程致使 EOP 的获取存在一定的延迟。由于深空探测等领域对 EOP 实时测量值有重要需求,而卫星自主导航又对 ERP 中长期预报值有重要需求,因此对 ERP 进行高精度的短期与中长期预报是非常必要的。在 EOP 的几个分量中,UT1-UTC 是变化最快、最难预报的一个分量<sup>[4-5]</sup>。

目前有多种 UT1-UTC 预报方法,其中多数方法结合最小二乘(least squares, LS)外推和其他模型进行 UT1-UTC 预报<sup>[6-13]</sup>,这些方法的思路为,首先采用最小二乘外推模型来提取 UT1-UTC 序列中的周期性成分,并对其进行外推,然后利用神经网络(neural network, NN)或者自回归(autoregressive, AR)模型等对最小二乘拟合残差进行建模、预报,最后再将周期项和残差项的外推值相加以得到 UT1-UTC 预报值。在实际应用中发现,在利用最小二乘外推模型对 UT1-UTC 观测资料进行拟合时,在拟合序列的两端存在发散畸变现象,这种现象在数据处理中称为端部效应<sup>[14-15]</sup>。端部效应使残差项与周期项的预报值出现偏差,最终导致 UT1-UTC 预报值不准确。本文针对 UT1-UTC 预报中最小二乘拟合出现的端部畸变现象,在采用最小二乘外推模型对 UT1-UTC 序列进行拟合之前,先利用端部延拓方法对 UT1-UTC 观测资料进行数据延拓,即在 UT1-UTC 序列的两端增加应用时序分析方法延拓出的若干数据点,形成一个新序列,然后用新序列求解最小二乘外推模型系数,最后再基于最小二乘外推模型对 UT1-UTC 序列中的周期项进行外推,这样就可以将最小二乘拟合出现的端部畸变现象移至模拟序列的两端。数值分析表明,通过在 UT1-UTC 观测序列端部增加统计延拓数据,可以有效地抑制端部效应,从而改进 UT1-UTC 预报效果。

## 1 预报方法

本节首先介绍最小二乘和 AR 组合模型预报 UT1-UTC 的原理,在此基础上,建立考虑最小二乘拟合端部效应的 UT1-UTC 预报算法。

### 1.1 数据预处理

本文 UT1-UTC 观测资料来源于国际地球自转与参考系服务(International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS)发布的 EOP-08-C04 序列,其中 UT1-UTC 数据的采样间隔为  $1 \text{ d}$ <sup>[16]</sup>。UT1-UTC 观测资料中含有闰秒及多种周期项、准周期项,其中,对于周期为  $5 \text{ d} \sim 18.6 \text{ a}$  的 62 个固体地球带谐潮汐项应用 IERS 协议(IERS Conventions)给出的经验公式予以扣除<sup>[17]</sup>,扣除 62 个固体地球带谐潮汐项后的 UT1-UTC 称作 UT1R-UTC,然后再去掉 UT1R-UTC 序列中闰秒,获得 UT1R-TAI 序列。本文对 UT1-UTC 的预测实质上是针对 UT1R-TAI 的预测。

### 1.2 最小二乘外推模型

UT1-UTC 序列扣除掉 62 个固体地球带谐潮汐项后,还含有长期趋势项、周年项、半周年项等周期性变化成分,长期趋势项与周年项、半周年项利用如下模型进行拟合、外推:

$$f_{\text{UT1R-TAI}} = a + bt + c_1 \cos(2\pi t/T_1) + d_1 \sin(2\pi t/T_1) + c_2 \cos(2\pi t/T_2) + d_2 \sin(2\pi t/T_2), \quad (1)$$

式(1)中,  $T_1$ 、 $T_2$  分别表示半周年项和周年项的振荡周期,取  $T_1 = 182.62 \text{ d}$ 、 $T_2 = 365.24 \text{ d}$ <sup>[4]</sup>,  $a$ 、 $b$  代表趋势项参数,  $c_1$ 、 $d_1$  代表半周年项参数,  $c_2$ 、 $d_2$  代表周年项参数,这些未知参数可以根据最小二乘法求解。

### 1.3 自回归模型

AR 模型是对平稳时间序列  $\{z_t, t = 1, 2, \dots, n\}$  建立的一个概率统计模型,它根据变量自身的历史变化

规律来建立统计模型,其数学公式为

$$z_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i z_{t-i} + \varepsilon_t, \tag{2}$$

式(2)中, $p$ 为模型阶数, $\varepsilon_t$ 为白噪声, $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ 为模型参数,可以通过求解 Yule - Walker 方程来获得<sup>[18-19]</sup>。

运用 AR 模型的关键之处在于选取模型阶数  $p$ 。已有的定阶准则包括传递函数准则、预测误差准则及信息论准则<sup>[11]</sup>。本文选用赤池信息量准则(Akaike information criterion, AIC) 来确定模型阶数  $p$ , AIC 准则的目标函数可以表示为

$$AIC(p) = \ln \sigma_p^2 + \frac{2p}{N}, \tag{3}$$

式(3)中, $\sigma_p^2$ 为 AR 模型拟合残差的方差,当  $p = 1, 2, \dots$  时,  $AIC(p)$  取得最小值时所对应的阶数  $p$  就取为 AR 模型的最佳阶数,一般可以将  $p$  的搜索范围设定为  $[1, n/10]$  或  $[1, \sqrt{n}]$ 。

在模型阶数  $p$  与模型参数  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$  确定以后,可以通过如下方式对时间序列作多步外推:

$$\begin{cases} \hat{z}_{n+1} = \varphi_1 z_n + \varphi_2 z_{n-1} + \dots + \varphi_p z_{n-p+1} \\ \hat{z}_{n+2} = \varphi_1 \hat{z}_{n+1} + \varphi_2 z_n + \dots + \varphi_p z_{n-p+2} \\ \vdots \\ \hat{z}_{n+p} = \varphi_1 \hat{z}_{n+p-1} + \varphi_2 \hat{z}_{n+p-2} + \dots + \varphi_p z_n \\ \hat{z}_{n+p+1} = \varphi_1 \hat{z}_{n+p} + \varphi_2 \hat{z}_{n+p-1} + \dots + \varphi_p \hat{z}_{n+1} \\ \vdots \\ \hat{z}_{n+l} = \varphi_1 \hat{z}_{n+l-1} + \varphi_2 \hat{z}_{n+l-2} + \dots + \varphi_p \hat{z}_{n+l-p} \end{cases}, \tag{4}$$

式(4)中, $\hat{z}_{n+1}, \hat{z}_{n+2}, \dots, \hat{z}_{n+l}$  表示序列  $\{z_t, t = 1, 2, \dots, n\}$  的预测值, $l$  表示预测步长。

### 1.4 预报过程

考虑最小二乘拟合端部效应的 UT1-UTC 预测方法和常规方法的差别之处在于,该方法在对 UT1-UTC 观测序列建立趋势项及周期项最小二乘外推模型之前,先应用统计学方法在 UT1R-TAI 序列首部和尾部进行端部数据延拓,以抑制最小二乘拟合端部畸变,预报过程如下:

①首先通过式(1)对 UT1R-TAI 序列作最小二乘拟合,建立周期项及趋势项外推模型,然后利用 AR 模型对最小二乘拟合残差序列进行建模、预报,最后联合最小二乘外推模型和 AR 模型(LS+AR)在 UT1R-TAI 序列首部和尾部分别外推适当数量的数据点,这样 UT1R-TAI 序列加上首部和尾部外推的数据点就构成了一个新序列。

②利用新序列求解最小二乘外推模型系数,即用新序列重新建立趋势项及周期项最小二乘外推模型,然后再结合最小二乘外推模型和 AR 模型对 UT1R-TAI 序列作外推预报。

③将周期为 5 d~18.6 a 的 62 个固体地球带谐潮汐项及闰秒恢复到 UT1R-TAI 序列的预测值中即可得到 UT1-UTC 预测值。

图 1 为考虑最小二乘拟合端部效应的 UT1-UTC 预测方法的流程图。

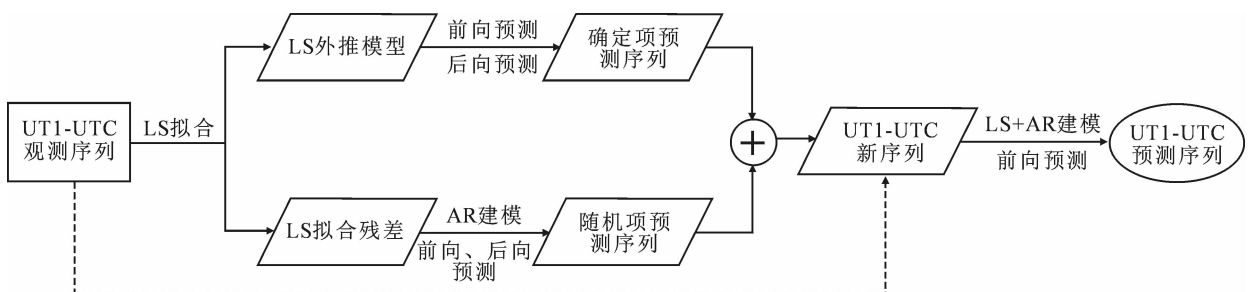


图 1 考虑最小二乘拟合端部效应的 UT1-UTC 预测流程

## 2 数值分析

选取 2001-01-01 至 2016-06-01 期间的 UT1-UTC 观测序列进行数值分析,其中 2010-01-01 至 2016-06-01 为预测期,建模数据长度为 10 a,每隔 7 d 预报 1 次,总共进行了 286 次预测。图 2(a)和(b)分别给出了 2001-01-01 至 2016-06-01 时段的 UT1-UTC 测量序列及其扣除闰秒和 62 个固体地球带谐潮汐项的 UT1R-TAI 序列。

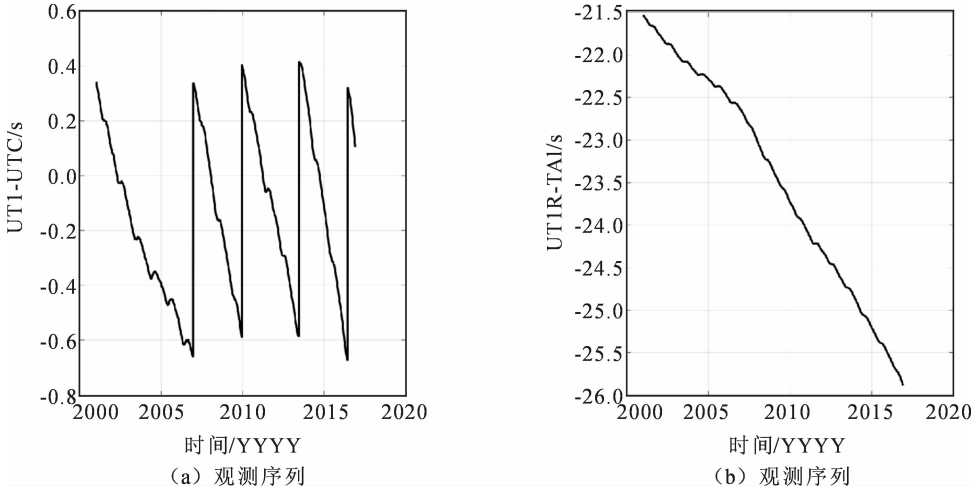


图 2 UT1-UTC 观测序列及其 UT1R-TAI 序列

为了验证端部延拓方法对最小二乘拟合端部效应的改善效果,首先比较端部延拓前后最小二乘拟合效果。图 3 绘出了端部数据延拓前后 2001-01-01 至 2010-12-31 时段 UT1R-TAI 序列的最小二乘拟合序列,其中,端部延拓数据点数为 200,即在首尾两端各延拓 100 个数据点,ECLS(edge-effect corrected least squares)表示端部效应修正的最小二乘拟合序列。为了更加直观地、清楚地展示端部数据延拓方法对 LS 拟合端部畸变的改善效果,对图 3 作局部放大处理,图 4(a)绘出了端部数据延拓前后最小二乘拟合序列首部前 100 个历元的最小二乘拟合残差数据点,图 4(b)绘出了端部数据延拓前后最小二乘拟合序列尾部最后 100 个历元的最小二乘拟合残差数据点。

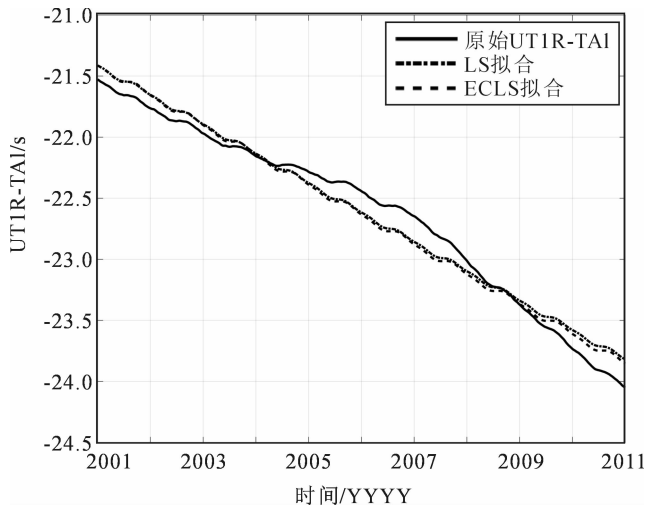


图 3 UT1R-TAI 的 LS 与 ECLS 拟合序列

从图 4 可以发现,与直接对原始 UT1R-TAI 序列进行拟合相比,端部数据延拓后最小二乘拟合残差序列在首部和尾部更加接近于零,换言之,端点延拓后最小二乘拟合的 UT1R-TAI 序列在首部、尾部和原始序列吻合得更好,这说明端点延拓方法能够有效地抑制最小二乘拟合出现的端部畸变现象。

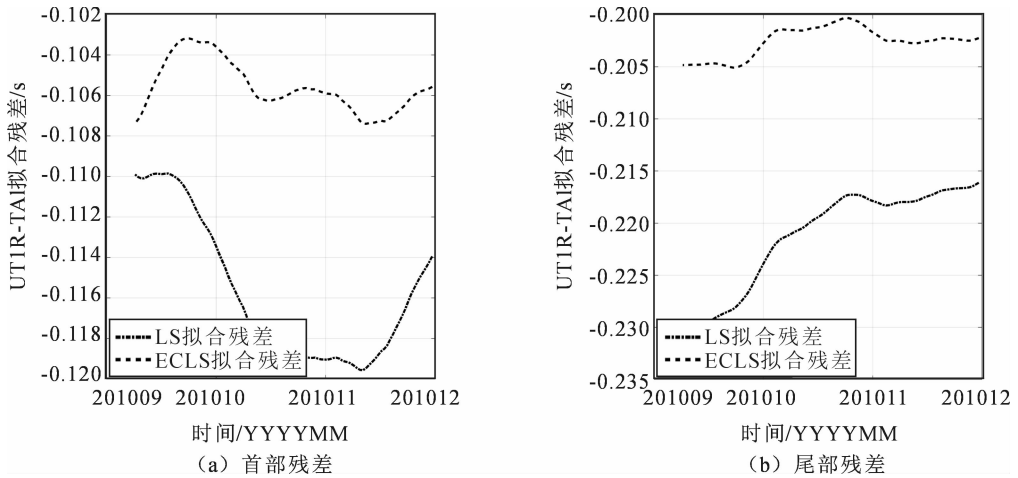


图 4 UT1R-TAI 的 LS 与 ECLS 拟合的首尾两端残差序列

为了进一步检验端部数据延拓方法对最小二乘拟合端部效应的改善效果,分别利用 LS+AR 模型和 ECLS+AR 模型对 UT1-UTC 作 1~360 d 时长预报,采用平均绝对误差(mean absolute error, MAE)作为预测性能评价指标,其计算公式为<sup>[20]</sup>

$$\sigma_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M |P_j^i - O_j^i|, \tag{5}$$

式(5)中, $P_j$  和  $O_j$  分别为  $j$  点的 UT1 - UTC 预测值及观测值, $i$  表示预报长度, $\sigma_i$  表示预报长度为  $i$  时的 UT1 - UTC 预测平均绝对误差, $M$  表示预报期数,本文总共作了 286 期的预测,即  $M = 286$ 。

图 5 给出了 LS+AR 方法和 ECLS+AR 方法的 UT1-UTC 预测平均绝对误差对比图,表 1 给出了 LS+AR 方法和 ECLS+AR 方法在不同预报跨度下的平均绝对误差统计结果,其中将 1~15 d 跨度的预报称为短期预报,将大于 15 d 跨度的预报称为中长期预报。从图 5 及表 1 可以发现,对于 1~15 d 的短期预报,ECLS+AR 模型的预报精度相对于常规 LS+AR 模型的预报精度并无改善,但从第 15 d 开始,ECLS+AR 模型的预报精度明显优于常规 LS+AR 模型,精度最大提高了 34%,且一直保持在 15% 以上,这说明与常规 LS+AR 模型比较而言,ECLS+AR 模型对于 UT1-UTC 中长期预报具有更明显的优势,同时也从侧面反映出最小二乘拟合的端部畸变现象对 UT1-UTC 中长期预报的影响更大。

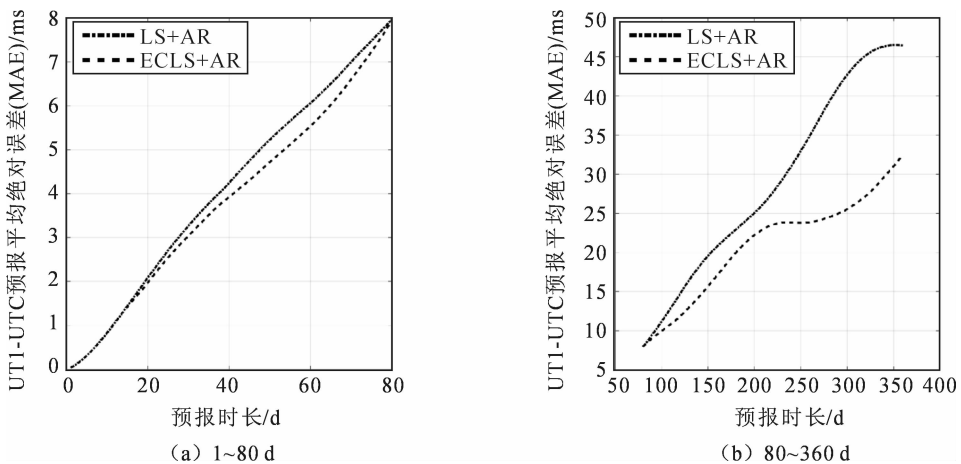


图 5 LS+AR 模型与 ECLS+AR 模型的 UT1-UTC 预报 MAE 对比

表 1 LS+AR 模型与 ECLS+AR 模型的 UT1-UTC 预报 MAE 统计

预报时长/d	LS+AR/ms	ECLS+AR/ms	精度改善百分比
1	0.04	0.04	0%
5	0.31	0.31	0%
10	0.84	0.84	0%
15	1.44	1.44	0%
20	2.09	1.97	5%
30	3.27	3.04	6%
60	6.06	5.54	7%
90	9.49	9.03	4%
120	14.70	11.83	16%
240	31.05	23.81	19%
300	42.69	25.52	34%
360	46.41	32.48	24%

### 3 结语

本文提出了一种顾及最小二乘拟合端部效应的 UT1-UTC 预报方法,这种方法与基于常规最小二乘外推模型的 UT1-UTC 预报方法区别在于,该方法在进行最小二乘拟合之前,首先在原始序列两端增加统计延拓数据,然后再对数据延拓后的新序列进行最小二乘拟合,其目的为将最小二乘拟合存在的端部畸变搬到新序列的两端,从而抑制原始观测序列的端部畸变。数值分析表明,通过在观测资料的两端增加用统计学方法延拓出的外推数据点,然后再进行最小二乘拟合,能够有效地抑制端部效应的影响;与常规 LS+AR 预报模型相比,基于端部效应改善的 ECLS+AR 模型的 UT1-UTC 短期预报精度没有改善,但对于 UT1-UTC 中长期预报而言,ECLS+AR 模型精度提升尤为明显,因此 ECLS+AR 模型可用于 UT1-UTC 中长期预报。

### 参考文献:

- [1] GAMBIS D, LUZUM B. Earth rotation monitoring, UT1 determination and prediction[J]. Metrologia, 2011, 48(4): 165-170.
- [2] 叶叔华, 黄斌. 天文地球动力学[M]. 济南: 山东科学技术出版社, 2000: 462-463.
- [3] KALARUS M, SCHUH H, KOSEK W, et al. Achievements of the Earth orientation parameters prediction comparison campaign[J]. Journal of Geodesy, 2010, 84(10): 587-596.
- [4] 王琪洁, 廖德春, 周永宏, 等. 大气角动量函数在日长变化非线性预报中的重要作用[J]. 天文学报, 2008, 49(1): 93-100.
- [5] 刘庆彬, 王琪洁, 雷孟飞. 跳步自回归模型在中长期日长变化预报中的应用[J]. 天文学报, 2015, 56(5): 83-90.
- [6] KOSEK W, MCCARTHY D D, LUZUM B J. Possible improvement of Earth orientation forecast using autocovariance prediction procedures [J]. Journal of Geodesy, 1998, 72(4): 189-199.
- [7] SCHUH H, ULRICH M, EGGER D, et al. Prediction of Earth orientation parameters by artificial neural networks[J]. Journal of Geodesy, 2002, 76(5): 247-258.
- [8] AKYILMAZ O, KUTTERER. Prediction of Earth rotation parameters by fuzzy inference systems[J]. Journal of Geodesy, 2004, 78(1-2): 82-93.
- [9] TOMASZ N, KOSEK W. Prediction of UT1-UTC, LOD and AAM  $\chi^3$  by combination of least-squares and multivariate stochastic methods[J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(2): 83-92.

- [10] 许雪晴,周永宏. 地球定向参数高精度预报方法研究[J]. 飞行器测控学报,2010,29(2):70-76.
- [11] LIAO D C,WANG Q J,ZHOU Y H,et al. Long-term prediction of the Earth orientation parameters by the artificial neural network technique[J]. Journal of Geodynamics,2012,62(8):87-925.
- [12] XU X Q,ZHOU Y H. EOP prediction using least square fitting and autoregressive filter over optimized data intervals[J]. Advances in Space Research,2015,56(10):2248-2253.
- [13] 雷雨,蔡宏兵. 利用 LS+AR 模型对 UT1-UTC 进行中长期预报[J]. 时间频率学报,2016,39(2):65-72.
- [14] 刘建,王琪洁,张昊. 利用端部效应改正的 LS+AR 模型进行日长变化预报[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2013,38(8):916-919.
- [15] 雷雨,蔡宏兵. 应用端部效应改善的 LS+NN 模型进行日长变化预报[J]. 飞行器测控学报,2016,35(3):222-226.
- [16] BIZOUARD C,GAMBIS D. The combined solution C04 for Earth orientation parameters consistent with international terrestrial reference frame 2005[J]. International Association of Geodesy Symposia,2009,134:265-270.
- [17] GERARD P,BRAIN L. IERS Conventions (2010)[S]. Germany;Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodasie,2011:123-131.
- [18] AKAIKE H. Autoregressive model fitting for control[J]. Annals of the Institute of Statistical Mathematics,1971,23(1):163-180.
- [19] 丁月蓉,郑大伟. 天文数据处理方法[M]. 南京:南京大学出版社,1998:307-308.
- [20] LEI Y,GUO M,HU D D,et al. Short-term prediction of UT1-UTC by combination of the grey model and neural networks[J]. Advances in Space Research,2017,59(2):524-531.