

DOI : 10.13875/j.issn.1674-0637.2019-03-0224-09

基于 Kalman 滤波器对晶体振荡器的控制研究

樊多盛^{1,2}, 刘娅^{1,2,3}, 李孝辉^{1,2,3}

(1. 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600 ;
2. 中国科学院 时间频率基准重点实验室, 西安 710600 ;
3. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要 : 研究了一种利用 Kalman 滤波器进行晶体振荡器控制的方法, 主要包括用 Kalman 滤波器对晶体振荡器控制估计时初始化参数和状态参数的确定, 基于此方法可以将一个晶体振荡器产生的时间信号控制到与标准时间同步。以中国科学院国家授时中心保持的协调世界时(UTC(NTSC))为参考信号, 对晶体振荡器产生的时间信号进行了测试, 验证了该方法的可行性。结果显示, 控制后晶体振荡器产生的时间信号与 UTC(NTSC) 的最大偏差小于 10 ns。

关键词 : Kalman 滤波器; 初始化参数; 时间同步; 时间复现

Crystal oscillator disciplined method based on Kalman filter

FAN Duo-sheng^{1,2}, LIU Ya^{1,2,3}, LI Xiao-hui^{1,2,3}

(1. National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;
2. Key Laboratory of Time and Frequency Standards, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: A method of controlling crystal oscillator based on the Kalman filter was studied in this paper, and it mainly contains how to determine the initialization parameters and the status parameters of the crystal oscillator by using Kalman filter. With this method, the phase time signals generated by a crystal oscillator can be precisely disciplined to the standard time. The feasibility of the method is validated by the comparison of the crystal oscillator generated phase time signal and the coordinated universal time which maintained by the national time service center (UTC (NTSC)). The results shown that the maximum deviation of the phase time signal between the controlled crystal oscillator and UTC (NTSC) is less than 10 ns.

Key words: Kalman filter; initialization parameter; time synchronization; time recovery

0 引言

随着通信技术的快速发展, 特别是第 5 代移动通信技术(5G)的到来, 对时间源和时间同步提出了更高的精度要求。5G 载波聚合、多点协同和超短帧要求空口之间的时间同步精度偏差优于 260 ns; 同

收稿日期: 2019-01-25; 接受日期: 2019-03-23

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2017KJXX-09, 2018ZDXM-GY-011)

作者简介: 樊多盛, 男, 研究实习员, 主要从事高精度时间频率测量与控制研究。

时, 5G 的室内定位增值服务对时间同步的精度要求更高, 要求在一定区域内基站空口时间同步的相对精度要优于 $10 \text{ ns}^{[1-3]}$ 。

目前具有较好时间保持能力的时钟源有铯钟或铷钟, 能满足时间同步性能的需求, 相比较常见的压控晶体振荡器而言, 其成本更高, 而且铯钟还对其运行环境有较高的要求, 不利于广泛应用。但是, 压控晶体振荡器由于其自身存在的频漂和老化等因素, 难以直接满足高精度时间同步的应用需求。

本文给出了一种用 Kalman 滤波器进行晶体振荡器控制的方法, 主要解决晶体振荡器快速漂移和老化特性导致时间保持能力较差的问题。用 Kalman 滤波器对晶体振荡器进行控制, 源于 Kalman 滤波器独特的优势。它适用于估计一个由随机变量组成的动态系统的最优状态, 即使观测的系统状态参数含有噪声, 观测值不准确, 它也能够完成对状态真实值的最优估计。另外, Kalman 滤波器适用于动力学系统, 在合适的初始化条件下, 可以估计出其最优暂态响应, 它自身还具有鲁棒的特性, 建立在动力学系统上的 Kalman 滤波器, 能减少对它的随机干扰影响。同时, Kalman 滤波器也是一种快速收敛的控制方法, 与利用最小二乘法控制晶体振荡器相比, 其仅需少量的钟差数据, 就能及时检测到钟差异常, 并利于快速响应钟差变化^[4-6]。

本文主要介绍利用 Kalman 滤波器进行状态参数估计和预测, 同时给出其初始化参数选取的方法。以 UTC(NTSC) 为参考信号, 测试晶振产生的时间信号与 UTC(NTSC) 的偏差, 根据该偏差利用 Kalman 滤波器对晶体振荡器进行控制, 最后分析了用 Kalman 滤波器控制晶体振荡器的效果。

1 晶体振荡器的钟差模型

晶体振荡器产生的时间信号与 UTC(NTSC) 之间的时差可以用二次多项式表示^[6], 该时差也是晶体振荡器的输出信号模型, 用式(1)表示:

$$T(t) = a_0 + a_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t^2 + \xi(t), \quad (1)$$

式(1)中, a_0 是晶体振荡器的初始相位, a_1 是晶体振荡器的频率偏移率, a_2 是频率老化率, $\xi(t)$ 是晶体振荡器的噪声, 包括各种不确定的因素。对晶体振荡器进行精细控制需要估计出 a_0 , a_1 和 a_2 3 个值, 由于温度、环境等客观噪声的存在限制了估计的精度。因此如何准确地估算出晶体振荡器的上述 3 个参数, 一直是晶振控制方面重要的研究内容, 不同学者给出了多种解决方案, 笔者经过调研, 确定采用 Kalman 滤波器进行估算状态参数, 对实验所用晶振能达到最优的效果。

2 Kalman 滤波器模型

用 Kalman 滤波器模型对晶体振荡器进行控制, 实际上就是估计晶体振荡器的状态参数 a_0 , a_1 和 a_2 。假设 t_1 时刻对应一个 a_0, a_1, a_2 , t_2 时刻对应一个新的 a_0, a_1, a_2 , 依次类推, 欲估计量 a_0, a_1, a_2 形成了一个三维状态向量 $X(k)$, 即 $X(k) = [a_0(k) \ a_1(k) \ a_2(k)]^T$, 从第 $k-1(k \geq 1)$ 次采样数据到第 k 次采样数据的递推公式为

$$X(k) = \Phi(k-1)X(k-1) + W(k-1), \quad (2)$$

式(2)中, $\Phi(k-1)$ 是 3×3 维的状态转移矩阵, $W(k-1)$ 是三维噪声矩阵, 噪声矩阵具有零均值正态分布且在时间上互不相关。

测量向量 $Z(k)$ 矩阵可以表示为

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{X}(k) + \Delta(k). \quad (3)$$

其一维测量向量 $\mathbf{Z}(k)$ 在第 k 次测量时同三维状态向量 $\mathbf{X}(k)$ 通过量测矩阵 \mathbf{H} 线性关联, $\Delta(k)$ 是一维白噪声。

式 (2) 中的状态噪声的方差阵 $\mathbf{Q}(k)$ 和式 (3) 中的测量噪声的方差阵 $\mathbf{R}(k)$ 为:

$$\mathbf{Q}(k) = E[\mathbf{W}(k)\mathbf{W}(k)^T], \quad (4)$$

$$\mathbf{R}(k) = E[\Delta(k)\Delta(k)^T]. \quad (5)$$

在该模型中, $\Phi(k-1)$ 和 $\mathbf{H}(k)$ 及 $\mathbf{Q}(k)$ 和 $\mathbf{R}(k)$ 均为常数阵, 具体为:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \delta & \delta^2/2 \\ 0 & 1 & \delta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0], \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1\delta + q_2\delta^3/3 + q_3\delta^5/20 & q_2\delta^2/2 + q_3\delta^4/8 & q_3\delta^3/6 \\ q_2\delta^2/2 + q_3\delta^4/8 & q_2\delta + q_3\delta^3/3 & q_3\delta^2/2 \\ q_3\delta^3/6 & q_3\delta^2/2 & q_3\delta \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{R} = [q_4], \quad (9)$$

式 (6) 和 (8) 中 δ 是钟差的采样间隔, 式 (8) 和 (9) 中 q_1 , q_2 及 q_3 分别是相位白噪声、频率白噪声和频率游走噪声的方差, 而 q_4 为测量噪声协方差。

定义 k 次测量后状态向量的误差为 $\mathbf{X}(k/k) - \mathbf{X}(k)$, 定义该误差的方差阵为

$$\mathbf{P}(k/k) = E\{[\mathbf{X}(k/k) - \mathbf{X}(k)][\mathbf{X}(k/k) - \mathbf{X}(k)]^T\}. \quad (10)$$

将式 (2) 和式 (4) 代入式 (10) 中, 状态向量误差的方差阵就可表示为

$$\mathbf{P}(k) = \Phi\mathbf{P}(k-1)\Phi^T + \mathbf{Q}. \quad (11)$$

由于新状态参量的估计依赖于历史数据和当前测量值, 用下式表示为

$$\mathbf{X}(k) = \Phi\mathbf{X}(k-1) + \mathbf{M}(k)[\mathbf{Z}(k) - \mathbf{H}\Phi\mathbf{X}(k-1)], \quad (12)$$

式 (12) 中, 增益矩阵 $\mathbf{M}(k)$ 的选择是取误差方差阵的迹最小, 即:

$$\mathbf{M}(k) = \mathbf{P}(k)\mathbf{H}^T[\mathbf{H}\mathbf{P}(k)\mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1}. \quad (13)$$

由于该 Kalman 滤波器模型在应用时, 系统初始化有较大的波动误差, 故增益矩阵 $\mathbf{M}(k)$ 表示为

$$\mathbf{M}(k) = \frac{1}{\alpha}\mathbf{P}(k)\mathbf{H}^T[\mathbf{H}\mathbf{P}(k)\mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1}, \quad (14)$$

式 (14) 中, α 为经验值, 在该模型中取值为 4, 当 α 较大时, 收敛速度较慢, 而 α 较小时, Kalman 滤波器初始阶段振荡较大, 滤波器不易稳定。

最后, 更新误差方差阵为

$$P(k) = [I - M(k-1)H]P(k-1), \quad (15)$$

式 (15) 中的 I 为单位阵。

根据上述滤波方程，给出如图 1 所示的 Kalman 滤波器的具体工作流程。

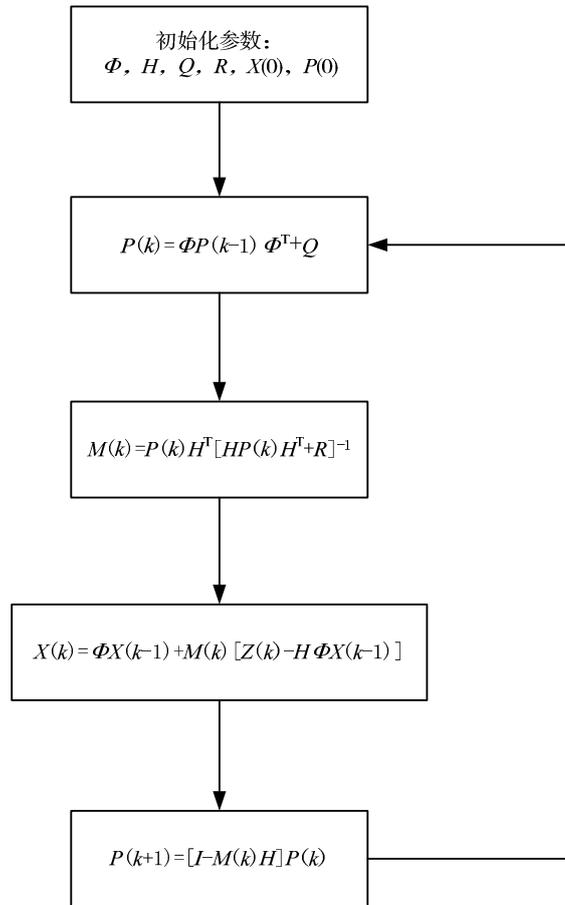


图 1 Kalman 滤波器程序流程图

根据图 1 对 Kalman 滤波器进行程序编程，从而实现对晶体振荡器的 3 个参数 a_0, a_1 和 a_2 的准确估计。但是如何选取 Kalman 滤波器的初始化参数，对上述 3 个参数的精准估计尤为重要^[7-10]。

3 Kalman 滤波器初始化参数

对于 Kalman 滤波器初始化参数中的状态参数矩阵 Φ 和系数矩阵 H 的选择，在 Kalman 滤波器模型中已经进行了叙述。对于初始状态向量 $X(0)$ 的选取，在程序执行初始阶段，通常选择零值。观测向量 $Z(k)$ 为测量值，即晶体振荡器产生的时间信号与 UTC (NTSC) 的偏差测试数据。本节主要阐述状态噪声的方差阵 Q 、测量噪声的方差阵 R 和误差方差阵 $P(0)$ 的选择^[6]。

对于晶体振荡器状态模型中的过程噪声向量和观测噪声向量的协方差估计，是采用哈达玛偏差和影响晶体振荡器稳定性的几种噪声来描述^[6]，其 $H-q$ 方程如下：

$$H\sigma^2(\delta) = \frac{10}{3}q_4\delta^{-2} + q_1\delta^{-1} + \frac{1}{6}q_2\delta + \frac{11}{120}q_3\delta^3, \quad (16)$$

式(16)中, $H\sigma^2(\delta)$ 是采样间隔为 δ 的哈达玛偏差。本文实验所选用晶体振荡器产生的时间信号与 UTC (NTSC) 之间钟差的哈达玛偏差如图 2 所示。

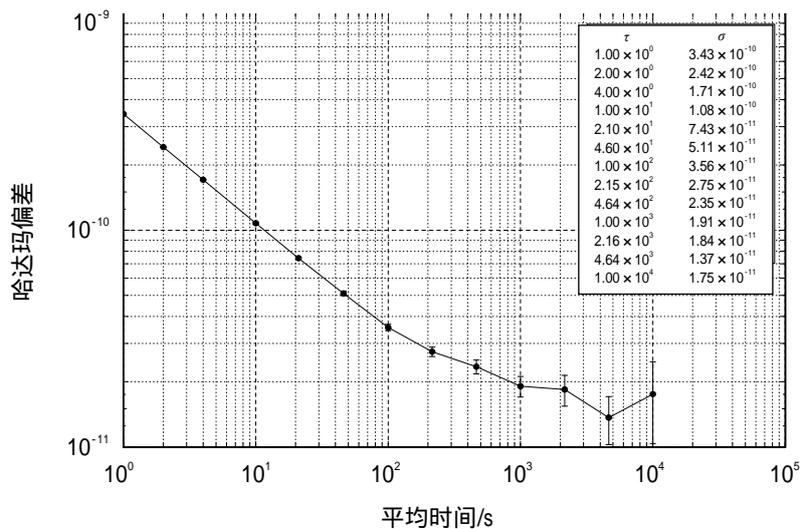


图 2 晶体振荡器产生的时间信号与 UTC (NTSC) 之间钟差的哈达玛偏差

由图 2 可以得到不同取样间隔的哈达玛偏差值, 从而求解出 $H-q$ 方程中的 4 个未知数。将图 2 中 4 个不同的 δ 对应的哈达玛偏差值代入 $H-q$ 方程, 即可得到四元一次方程组, 此方程组为标准矩阵方程, 利用 Matlab 软件可以很快求解此方程。解出的 q_1, q_2, q_3, q_4 分别为 $-5.76 \times 10^{-11}, 5.19 \times 10^{-10}, 9.49 \times 10^{-11}, -1.71 \times 10^{-12}$ 。从而可以确定方差矩阵 Q 和 R 。

对于误差方差阵 $P(k)$ 的初始值, 则有传统经典方法^[6], 即:

$$P_{00}(0) = q_4, \quad (17)$$

$$P_{01}(0) = \frac{\delta_1 + 2\delta_2}{\delta_2(\delta_1 + \delta_2)} q_4, \quad (18)$$

$$P_{02}(0) = \frac{2}{\delta_1(\delta_1 + \delta_2)} q_4, \quad (19)$$

$$P_{11}(0) = \frac{2\delta_1^4 + 8\delta_1^3\delta_2 + 10\delta_1^2\delta_2^2 + 4\delta_1\delta_2^3 + 2\delta_2^4}{\delta_1^2\delta_2^2(\delta_1/\delta_2)^2} q_4 + \frac{\delta_1^3 + 4\delta_1^2\delta_2 + 4\delta_1\delta_2^2 + \delta_2^3}{\delta_1\delta_2(\delta_1 + \delta_2)^2} q_1 + \frac{\delta_2}{3} q_2 + \frac{\delta_2^2(3\delta_1^3 + 8\delta_1^2\delta_2 + 7\delta_1\delta_2^2 + 2\delta_2^3)}{60(\delta_1 + \delta_2)^2} q_3, \quad (20)$$

$$P_{12}(0) = \frac{2(2\delta_1^3 + 5\delta_1^2\delta_2 + 3\delta_1\delta_2^2 + 2\delta_2^3)}{\delta_1^2\delta_2^2(\delta_1 + \delta_2)^2} q_4 + \frac{2}{\delta_1\delta_2} q_1 + \frac{\delta_2}{3(\delta_1 + \delta_2)} q_2 + \frac{\delta_2(6\delta_1^3 + 20\delta_1^2\delta_2 + 21\delta_1\delta_2^2 + 7\delta_2^3)}{60(\delta_1 + \delta_2)^2} q_3, \quad (21)$$

$$P_{22}(0) = \frac{8(\delta_1^2 + \delta_1\delta_2 + \delta_2^2)}{\delta_1^2\delta_2^2(\delta_1 + \delta_2)^2} q_4 + \frac{4}{\delta_1\delta_2(\delta_1 + \delta_2)} q_1 + \frac{4}{3(\delta_1 + \delta_2)} q_2 + \frac{3\delta_1^3 + 15\delta_1^2\delta_2 + 20\delta_1\delta_2^2 + 8\delta_2^3}{15(\delta_1 + \delta_2)^2} q_3. \quad (22)$$

式 (17) ~ (22) 中的 δ_1, δ_2 均取相同的值, 为取样间隔 δ , 根据式 (16) ~ (22) 即可确定误差方差阵 $P(k)$ 的初始值。

Kalman 滤波器初始化参数完成后, 依据输入的时差测量值估算出钟差模型的 3 个状态参量。然后将相位差转化为频率偏差值, 此外再加上预测的频率偏差值, 对晶体振荡器实施调整控制。通过这种调频方式控制晶振是为了确保晶体振荡器输出信号的相位连续, 避免出现时间跳变。

4 Kalman 滤波器应用实验研究

为了验证控制效果, 先对自由运行的晶振性能进行测试, 测试框图如图 3 所示, 以 UTC (NTSC) 为参考信号, 测试晶体振荡器输出的 10 MHz 信号经过分频产生的 1 PPS 信号相对于参考信号的时差变化情况, 利用 SR620 测量两者的时差, 每秒采集一个数据, 平滑 1 min 的测试数据, 得到一个结果, 一天共获得 1 440 个数据, 根据 Kalman 滤波器估计的状态参量对晶体振荡器进行控制^[11]。

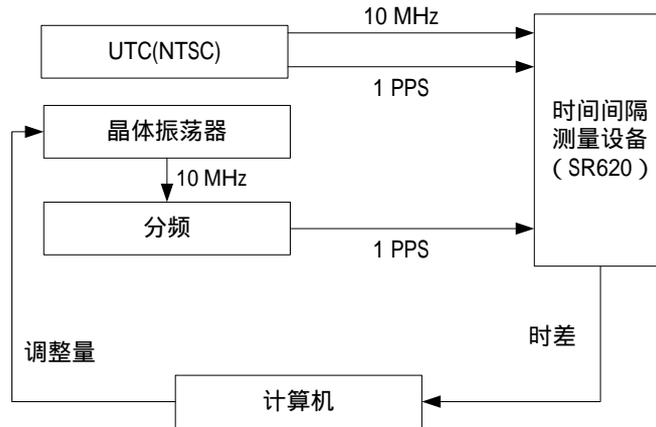


图 3 晶体振荡器测试系统原理图

每分钟采集一个测试数据, 持续测试 1 d, 测试结果如图 4 所示, 晶振产生的时间信号与 UTC (NTSC) 相比较, 钟差呈现线性的变化趋势, 其一天偏离标准时间超过了 $60 \mu\text{s}$ 。

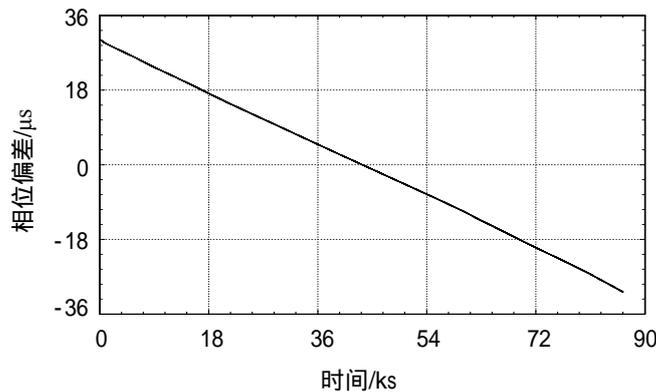


图 4 晶体振荡器产生的时间信号与 UTC (NTSC) 的时间偏差图

根据前文所述 Kalman 滤波器模型, 估计出晶体振荡器的 3 个状态参数 a_0, a_1 和 a_2 后, 将 a_0, a_1 和 a_2 转换为频率调整量, 需要对估计后的频偏参数 a_1 进行比例衰减, 衰减的主要目的是为了保证对晶体振荡器单次调整过程的平稳, 避免出现过调。受控制的晶体振荡器其输出的时间信号与 UTC (NTSC) 的钟差如图 5 所示, 经过约 30 min 后, 晶体振荡器进入稳定状态, 如图 6 所示, 晶体振荡器稳定后, 其

产生的时间信号与 UTC (NTSC) 的钟差最大不超过 10 ns, 标准偏差为 1.1 ns。

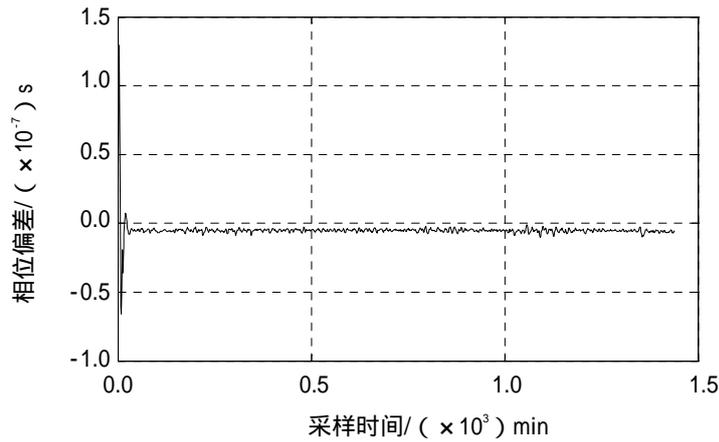


图 5 受控晶体振荡器与 UTC (NTSC) 之间的钟差图

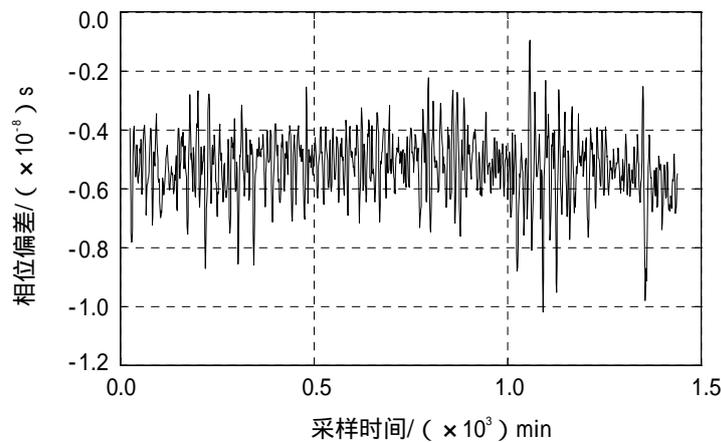
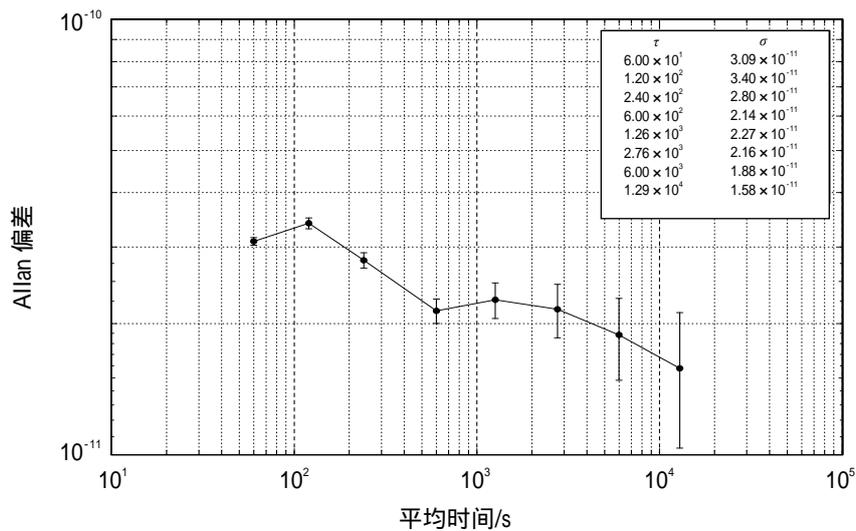
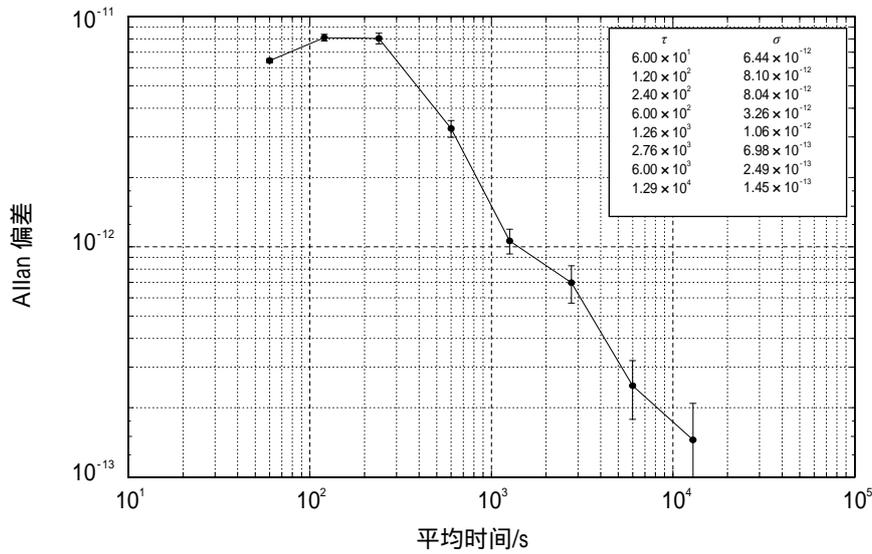


图 6 晶体振荡器进入稳态后与 UTC (NTSC) 之间的钟差图

为了进一步评估本文所设计的控制方法的性能, 对控制前后晶体振荡器输出信号的稳定性加以比较。晶体振荡器自由运行时的 Allan 偏差见图 7 (a), 通过 Kalman 滤波器进行控制后晶体振荡器的 Allan 偏差见图 7 (b), 表 1 给出了晶体振荡器受控前后其 Allan 偏差值。



(a) 晶体振荡器自由运行时的 Allan 偏差



(b) Kalman 滤波器控制后的 Allan 偏差

图 7 晶体振荡器自由运行时与受控稳定后其 Allan 偏差图

表 1 采用 Kalman 模型控制晶体振荡器前后其 Allan 偏差值比较

取样间隔/s	Kalman 模型控制后的晶振	自由运行晶振
60	6.44×10^{-12}	3.09×10^{-11}
120	8.10×10^{-12}	3.40×10^{-11}
600	3.26×10^{-12}	2.14×10^{-11}
6 000	2.49×10^{-13}	1.88×10^{-11}

由图 5 至图 7 和表 1 可以看出，晶体振荡器经过 Kalman 滤波器控制稳定后产生的时间信号与 UTC (NTSC) 之间钟差的标准差为 1.1 ns，钟差的峰-峰值小于 10 ns，在对晶体振荡器短稳恶化最小的前提下，取样间隔 60~6 000 s 的稳定度得到了明显改善，晶振的长期稳定性与参考信号的性能息息相关，文中参考信号的千秒稳在 10^{-13} 量级^[12]。

5 结论

本文主要研究了利用 Kalman 滤波器估算晶体振荡器的状态参数和 Kalman 滤波器初始化参数选择的方法，实现了对晶体振荡器频偏和相位偏移的补偿，并通过实验检验了本文所提方法对晶体振荡器控制的效果，实验表明，通过这种方法对晶体振荡器进行控制，可以产生与所跟踪的参考信号最大偏差不超过 10 ns 的时间信号，且能显著优化其频率长期稳定度。但是，如何有效地将估计的晶体振荡器状态参数与控制方法相结合，仍然需要作进一步研究。

参考文献:

- [1] 李孝辉, 杨旭海, 刘娅, 等. 时间频率信号的精密测量[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [2] 李光, 赵福川, 王延松. 5G 承载网的需求、架构和解决方案[J]. 中兴通讯技术, 2017, 23(5): 56-60.
- [3] 尤肖虎, 潘志文, 高西奇, 等. 5G 移动通信发展趋势与若干关键技术[J]. 中国科学: 信息科学, 2014, 44(5): 551-563.
- [4] 刘娅, 陈瑞琼, 赵志雄, 等. UTC (NTSC) 远程高精度复现方法研究及工程实现[J]. 时间频率学报, 2016(3): 178-192.
- [5] 樊多盛, 施韶华, 李孝辉, 等. 基于 GPS 接收机的铷原子钟驾驭方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2013, 27(10): 980-985.
- [6] 樊多盛, 施韶华, 李孝辉. Kalman 滤波的铷原子钟控制算法[J]. 宇航学报, 2015, 36(1): 90-95.
- [7] 李孝辉, 吴海涛, 高海军, 等. 用 Kalman 滤波器对原子钟进行控制[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(4): 551-554.
- [8] BREAKIRON L A. Kalman filter characterization of cesium clocks and Hydrogen masers[C]//Proceedings of the 34th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting, Virginia: [s.n.], 2002.
- [9] STEIN R, FILLER R L. Kalman filter analysis for real time applications of clocks and oscillators[C]//42nd Annual Frequency Control Symposium, Baltimore: IEEE, 1988.
- [10] LOMBARDI M. An introduction to frequency calibration[DB/OI]. (2001-01-07)[2019-06-21] <https://www.researchgate.net/publication/269411927>, National Institute of Standards and Technology Time and Frequency Division Boulder.
- [11] FAN D, SHI S, ZHAO Z, et al. Research method of the VCXO disciplined base on UTC (NTSC)[C] // 12th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments, Qingdao: IEEE, 2016.
- [12] 李变, 屈俐俐, 陈永奇. 氢钟在守时钟组配置中的应用研究[J]. 宇航计测技术, 2018, 38(3): 43-47.