DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2020-02-0113-08

# 星载原子钟频率跳变检测方法仿真分析研究

秦晓伟,孙云峰,杜二旺,王国永

(中国空间技术研究院 西安分院,西安 710000)

摘要:卫星导航系统中原子钟的频率跳变直接影响着导航、定位、授时的精度,因此,有必要 研究具有实时性、准确性的频率跳变检测方法。首先,通过仿真分析比较基于 Kalman 滤波器 的频率跳变检测方法和基于最小二乘拟合频率跳变检测方法的优缺点,然后结合卫星导航系统 中频率跳变检测实时性、准确性的要求,分析、讨论两类检测算法的适用性和可行性。其仿真 分析结果表示,单次测量误差信号的差分法可以有效地降低频率跳变检测过程中的误警率,同 时提高检测能力;基于 Kalman 滤波器的频率跳变检测方法能够实时、精确地检测频率跳变, 而基于最小二乘拟合的频率跳变检测方法的检测精度很大程度依赖于多项式模型拟合的精度, 多项式模型拟合的精度是频率测量值样本数的函数,频率测量值样本越大,多项式拟合模型的 精度越高,同时基于最小二乘拟合的频率跳变检测方法的检测能力与判据器的长度有关。因此, 基于 Kalman 滤波器的频率跳变检测方法更适合导航卫星系统中原子钟频率跳变的快速、准确 的检测。

关键词:频率跳变;卫星导航;Kalman 滤波器;最小二乘法

## The research on simulation analysis of on-board atomic clock frequency jump detection method

QIN Xiao-wei, SUN Yun-feng, DU Er-wang, WANG Guo-yong

(China Academy of Space Technology (Xi'an), Xi'an China, 710000)

Abstract: The frequency jump of atomic clock in satellite navigation system directly affects the precision of navigation, positioning and timing. Therefore, it is necessary to study the frequency jump detection method with real-time and accuracy. Firstly, the advantages and disadvantages of the frequency jump detection method based on Kalman filter and least squares fitting are compared by simulation analysis. Then, combined with the requirements of real-time and accuracy for frequency jump detection in satellite navigation system, the applicability and feasibility of two types of detection algorithms are analyzed and discussed. The simulation analysis results shown that the difference method for the single measurement error signal can effectively reduce

收稿日期: 2019-11-25; 接受日期: 2020-01-21

基金项目:国家自然科学基金青年基金资助项目(11803023);国家自然科学基金国家重大科研仪器研制资助项目 (61627817)

作者简介:秦晓伟,男,工程师,主要从事导航卫星时间基准研究。

probability of false detection and improve detection capabilities. Frequency jump detection method based on Kalman filter can detect frequency jump in real time and accurately. However, the detection precision of the frequency jump detection method based on least squares fitting depended largely on the precision of the polynomial fitting model as the precision of the polynomial model fitting is a function of the number of samples of the frequency measurement, the larger the frequency measurement sample, the higher precision of the polynomial fitting model. In addition, the detection capability of the frequency jump detection method based on least squares fitting is related to the length of the criterion. Therefore, the frequency jump detection method based on Kalman filter is more suitable for fast and accurate detection of atomic clock frequency jump in navigation satellite systems.

Key words: frequency jump; satellite navigation; Kalman filter; least-squares

## 0 引言

在卫星导航系统中,星载原子钟信号的连续性、稳定性直接影响着导航、定位和授时的精度。由于 星载原子钟工作环境的变化、空间辐照、老化以及内部的不稳定等因素的影响,导致原子钟输出信号的 频率中可能出现异常扰动<sup>[1-3]</sup>。

由于星载原子钟的频率中存在异常扰动现象,例如频率快变、频率慢变,这些异常扰动直接影响着 卫星导航系统的性能以及用户的使用,因此,卫星导航系统中应实时检测星载原子钟的频率跳变,并及 时修正频率的异常变化,从而保证用户的正常使用。星载原子钟的频率跳变检测方法应具有实时性和准 确性。目前,针对原子钟频率跳变检测的主要方法有块平均法<sup>[4]</sup>、序列平均法<sup>[4]</sup>、动态阿伦方差法<sup>[5-8]</sup>、 最小二乘拟合<sup>[9]</sup>以及基于 Kalman 滤波器的频率跳变检测的方法<sup>[3, 10-14]</sup>。块平均和序列平均都是比较常用 的方法,但是它们的检测时间比较长,而序列平均方法不能区分频率漂移和频率跳变的现象。动态 Allan 方差法可以检测任何类型的频率跳变,但不能区分频率跳变的类型,且需要非常大的计算量。

本文针对原子钟频率跳变常用的基于 Kalman 滤波器的频率跳变检测方法和基于最小二乘拟合检测 方法进行仿真分析,从导航卫星对于时钟信号频率跳变检测的实时性和准确性的要求两方面进行算法评 估和比较,进而研究两类算法之间的优缺点和两类算法在导航卫星上使用的可行性。

## 1 原子钟频率跳变检测算法

GNSS 系统中常用的原子钟有铷钟、氢钟和铯钟,而这 3 种原子钟均主要包含 3 种噪声<sup>[3,15-22]</sup>:频率 白噪声、频率闪烁噪声和频率随机游走噪声。原子钟噪声模型描述了原子钟独有的特性,文中基于 Kalman 滤波器建立了 GNSS 系统中原子钟通用的噪声模型。根据原子钟噪声模型,建立原子钟频率跳变模型,结合原子钟频率变化规律,从而构建原子钟频率跳变检测的模型。

#### 1.1 原子钟噪声模型

原子钟的相对频率变化量 y[n]的模型可以通过频率白噪声(WFN)、随机游走白噪声(RWFN)和 频率漂移率的和表征<sup>[10,22]</sup>,如式(1)所示。

$$y_{\rm m}[n] = y_{\rm W}[n] + y_{\rm RW}[n] + d[n], \qquad (1)$$

式(1)中,  $y_w[n]$ 为频率白噪声, 服从均值为0、方差为 $\sigma_1^2$ 的高斯白噪声;  $y_{RW}[n]$ 为随机游走白噪声;

d[n]为频率漂移率。在离散时域内, y<sub>ww</sub>[n]可以写为式(2)的形式。

$$y_{\rm RW}[n] = y_{\rm RW}[n-1] + \Delta y_{\rm RW}[n-1] , \qquad (2)$$

$$\Delta y_{\rm RW}[n-1] = \int_{(n-1)T_s}^{nT_s} \xi(t) dt \ \ (3)$$

式(2)和(3)中, $\Delta y_{RW}[n-1]$ 为相互独立的随机变量,其均值为0,方差为 $\sigma_2^2$ 。

#### 1.2 原子钟频率跳变检测模型

目前,原子钟频率跳变检测中较为广泛使用的方法均以原子钟的噪声模型为基础,根据频率变化规 律的先验知识建立预测模型。预测模型根据已知的测量频率信号 y<sub>1</sub>(k)进行频率变化趋势的预测,而测 量模块得到了当前时刻的频率变化。通过比较预测信号和测量信号之后,得到了两者之间的变化量,即 误差信号,然后利用检测模块分析误差信号中是否存在异常频率跳变。原子钟频率跳变检测模型示于图 1。



图 1 原子钟频率跳变检测模型

图 1 中预测模块常用的方法有基于 Kalman 滤波器的频率预测方法<sup>[3,7-9]</sup>、基于最小二乘拟合的频率 预测方法<sup>[6]</sup>等。检测模块中常用的判决器有单次测量值法、平均值法、能量累积法、绝对值法<sup>[3,6-9]</sup>等。

## 2 仿真分析与比较

根据 GNSS 卫星对于原子钟 10 MHz 信号故障检测实时性、准确性的要求,文中主要从故障检测能力、误警率和检测时间 3 个方面评估故障检测算法优缺点,而故障检测算法选取比较常用的基于 Kalman 滤波器的频率跳变检测方法和基于最小二乘拟合的频率跳变检测方法。

利用式(1)建立原子钟噪声模型,如图 2 中实线所示,其中采样时间  $T_{\rm s}$  =1 s,频率白噪声的方差  $\sigma_1^2 = (5 \times 10^{-12})^2$ ,随机变量  $\Delta y_{\rm RW}$  的方差  $\sigma_2^2 = (5.2 \times 10^{-16})^2$ ,频率漂移率  $d = 1 \times 10^{-12}$ /d。

#### 2.1 基于 Kalman 滤波器的频率跳变检测方法

文献[10]中提出了一种基于 Kalman 滤波器的频率快变的检测方法,检测器利用当前状态的测量值和前一状态预测值的差值 v[n] 和阈值  $k\sigma_v[n]$  比较,从而确定本次测量中是否存在频率跳变。频率跳变检测 判据为  $|v[n]| > k\sigma_v[n]$ ,其中  $\sigma_v[n]$ 为测量噪声和预测值的协方差的函数, k 为阈值参数,影响着频率跳变 检测器的性能,即 k 值直接影响着检测算法的误警率和检测能力,k 越大,阈值越大,误警率越低。图 2 中实线代表频率在 t = 1 ks 处存在  $\Delta = 5 \times 10^{-11}$ 量级的频率跳变,虚线为 Kalman 滤波器的预测值。图 3 给出了当前状态的测量值和前一状态预测值的差值 v[n]。



图 2 中 Kalman 滤波器的响应时间过长,导致图 3 中误差信号在发生频率跳变处存在比较长恢复时间。由于检测器使用单次测量结果作为频率跳变的判断依据以及 Kalman 滤波器具有比较长的响应时间,导致该方法具有很高的误警率和比较低的检测能力,如图 4 (a)所示。

文献[11]在文献[10]的基础上,提出了一种非线性的操作,当原子钟频率存在异常跳变时,通过增大 Kalman 滤波器的增益,使 Kalman 滤波器获得更短的响应时间,从而提高检测能力、降低误警率,然而, 增加 Kalman 滤波器的增益导致预测值的噪声增加,如图 2 中非线性时 Kalman 预测值。由于 Kalman 增 益是过程噪声 *Q* 和测量噪声 *R* 的函数,因此仿真过程中 Kalman 增益的变化是通过调整过程噪声 *Q* 值实 现的。表 1 中给出了 2 000 次测量过程中,Kalman 增益变化与误警次数之间的关系,由表 1 可知,当原 子钟频率发生频率跳变时,适当增加 Kalman 增益可以有效地降低误警率。图 4 (b)给出了频率跳变过 程中,Kalman 增益非线性变化时,阈值参数 *k* 与误警次数之间的关系。





图 4 阈值参数 k 与误警次数之间的关系

表 1	Kalman	增益变化	与误警次	数之间的	关系
-----	--------	------	------	------	----

测量次数	<i>Q</i> 值	误警次数	
1	$5.3 \times 10^{-23}$	0	
2	$5.3 \times 10^{-24}$	1	
3	$5.3 \times 10^{-25}$	3	
4	$5.3 \times 10^{-26}$	9	
5	$5.3 \times 10^{-27}$	19	
6	$5.3 \times 10^{-28}$	22	

当原子钟频率发生频率跳变时,通过增加 Kalman 增益使得 Kalman 滤波器具有非常短的响应时间, 从而减少误差信号的恢复时间,但是这种非线性的操作导致预测值的噪声增加。

针对原子钟频率跳变过程中 Kalman 滤波器响应时间长的问题,我们将误差信号 ν[n]进行差分得到 误差信号 ν<sub>1</sub>[n],然后根据频率跳变检测判据 ν<sub>1</sub>[n]> k<sub>1</sub>σ<sub>ν1</sub>[n]确定是否存在频率跳变,仿真结果如图 4(b) 中浅色线所示。由图 4(b)中深色线和图 4(b)中浅色线可知,利用误差信号 ν[n]差分得到的误差信 号 ν<sub>1</sub>[n]进行频率跳变检测过程中误警次数有一定的降低。

文献[3]基于 Kalman 滤波器实现频率变化趋势的预测,计算预测值与测量值之间的差值,即误 差信号 z(i),然后通过检测模块分析误差信号中是否存在异常频率跳变。频率跳变检测判据为 $T(z) = \left|\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} z(i)\right| > \gamma$ ,  $\gamma$ 为检测阈值, N 为滑动窗的长度。图 5 给出了检测信号T(z) 与滑动窗 N 长度之间的 关系,由图 5 中可知, N 越大,检测信号越小,误警率越小,但检测时间明显增加。由频率跳变检测判 据可知,当存在频率跳变现象时,检测时间至少为 N s。



文献[12]中提出了一种基于 Kalman 滤波器的弱频率跳变检测方法,它将文献[3]中非线性操作应用到频率跳变的过程中加速预测值的响应时间。该方法通过比较两个相邻滑动窗中最优估计值的均值的大小,从而确定频率变化情况。频率跳变检测判据为 $T(X) = \frac{1}{N} \left| \sum_{k=n}^{N+n-1} X(k) - \sum_{k=N+n}^{2N+n-1} X(k+N) \right| > \gamma$ ,其中X(k)为k时刻最优估计值,N为滑动窗的长度, $\gamma$ 为频率跳变检测阈值。

图 6 中给出了滑动窗长度 N 与检测信号之间的关系,由图可知,滑动窗长度 N 越大,检测信号越 大,检测时间越长。图 7 中给出了原子钟发生频率跳变过程中,Kalman 增益变化与检测信号之间的关 系,其中 Kalman 增益的调整是通过 Q 值的变化实现的,由图 7 可知,通过非线性调整 Kalman 滤波器 的增益能够使检测信号变大,提高检测能力,但大大增加了检测时间。由频率跳变检测判据可知,使用 长度 N 的滑动窗,则检测时间至少为 2 × Ns。





#### 2.2 基于最小二乘拟合的频率跳变检测方法

文献[9]中提出了基于多项式拟合的频率跳变检测方法,首先利用长度为 $N_1$ 滑动窗内的频差测量值 进行最小二乘拟合得到多项式模型,然后在长度为 $N_2$ 的滑动窗内利用多项式模型得到预测值 $\mu_p[k]$ ,根 据当前 $t_0$ 时刻频差测量值y[k]和预测值 $\mu_p[k]$ 得到误差信号 $y_0[k]$ 。在长度为 $N_2$ 的滑动窗内建立一个长 度为 $N_3$ 的滑动窗,其中 $N_3 \leq N_2$ 。在滑动窗 $N_3$ 内求解误差信号 $y_0[k]$ 的平均值 $\bar{y}_0[k]$ ,最后根据频率跳 变检测判据 $|\bar{y}_0[k]| > \gamma$ 确定是否存在频率跳变,其中 $\gamma$ 为阈值。 图 8 给出了滑动窗  $N_3$ 的长度与预测值  $\mu_p[k]$ 之间的关系。由图 8 可知,滑动窗  $N_3$ 的长度越长,频 率跳变处预测值的响应时间越长,预测值的噪声越小,检测能力越强。由频率跳变检测判据 $|\overline{y}_0[k]| > \gamma$ 可知,检测时间为滑动窗长度  $N_3$ 的倍数,至少需要  $N_3$  s。



图 8 滑动窗 N<sub>3</sub>的长度与预测值关系

图 9 中给出了滑动窗 N<sub>3</sub>长度与检测时间的关系。由图 9 可知,滑动窗 N<sub>3</sub>越大,检测时间越长; 频率跳变检测阈值越大,检测时间越长,误警率越低,然而,阈值越高可能引起空警率,从而影响检 测能力。



## 3 结语

通过仿真分析可知,通过对基于 Kalman 滤波器频率跳变检测方法中单次测量误差信号进行差分, 然后利用差分后的误差信号作为检测信号可以有效地降低误警率,提高检测能力。

GNSS 卫星要求星载原子钟 10 MHz 信号的故障检测应具有实时性、准确性,通过对基于 Kalman 滤 波器频率跳变检测方法和基于最小二乘拟合的频率跳变检测方法的仿真分析和比较可知,基于 Kalman 滤波器的频率跳变检测方法具有实时性,根据采取的频率跳变检测判据不同,检测时间略有不同;而基 于最小二乘拟合的频率跳变检测方法需要较长时间的频率测量值拟合二项式模型,且模型需要及时修 正。因此,基于 Kalman 滤波器的频率跳变检测方法更适合 GNSS 卫星中原子钟 10 MHz 信号的频率跳变 检测。

### 参考文献:

- LEE S W, KIM J, LEE Y J. Protecting signal integrity against atomic clock anomalies on board GNSS satellites[J]. IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(7): 2738–2745.
- [2] KAPLAN E D, HEGARTY C J. Understanding GPS: Principles and Applications[M]. 2nd ed. Boston, Ma: Artech House, 2006.
- [3] HUANG X M, GONG H, OU G. Detection of weak frequency jumps for GNSS on board clocks[J]. IEEE Transaction Ultrasonics Ferroelectrics Frequency Control, 2014, 61(5): 747–755.
- [4] RILEY W J. Algorithms for frequency jump detection[J]. Metrologia, 2008, 45(6): S154–S161.
- [5] GALLEANI L, TAVELLA P. The characterization of clock behavior with the dynamic Allan variance[J]. IEEE International Frequency Control Symposium, 2003: 239–244.
- [6] GALLEANI L, TAVELLA P. The dynamic Allan variance[J]. IEEE Transaction Ultrasonics Ferroelectrics Frequency Control, 2009, 56(3): 450–464.
- [7] GALLEANI L. The dynamic Allan variance II: A fast computational algorithm[J]. IEEE Transaction Ultrasonics Ferroelectrics Frequency Control, 2010, 57(1): 182–188.
- [8] SESIA I, GALLEANI L, TAVELLA P. Application of the dynamic Allan variance for the characterization of space clock behavior[J]. IEEE Transaction Aerospace Electronics System, 2011, 47(2): 884–895.
- [9] GALLEANI L, TAVELLA P. Robust detection of fast and slow frequency jumps of atomic clocks[J]. IEEE Transaction Ultrasonics Ferroelectrics Frequency Control, 2017, 64(2): 475–485.
- [10] GALLEANI L. Detection of atomic clock frequency jumps with the Kalman filter[J]. IEEE Transaction Ultrasonics Ferroelectrics Frequency Control, 2012, 59(3): 450–464.
- [11] MOHAMED E M, SHALASH A F, KAMAL H A. Fast accurate detection of frequency jumps using Kalman filter with non linear improvements[J]. International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering, 2014, 8(2): 469–473.
- [12] KHARE A, ARORA R, ALAK B, et al. Autonomous rubidium clock weak frequency jump detector for onboard navigation satellite system[J]. IEEE Transaction Ultrasonics Ferroelectrics Frequency Control, 2016, 63(2): 326–335.
- [13] SONG H J, DONG S W, WU W J. Detecting an atomic clock frequency anomaly using an adaptive Kalman filter algorithm[J]. Metrologia, 2018, 55(3): 350–359.
- [14] DAVIS J A, GREENHALL C A, STACEY P W. A Kalman filter clock algorithm for use in the presence of flicker frequency modulation noise[J]. Metrologia, 2005, 42(1): 1–10.
- [15] HUANG X M, GONG H, OU G. Detection of weak frequency anomalies for atomic clocks with a Kalman filter[J]. Metrologia, 2014, 51(3): 183–190.
- [16] TAVELLA P. Statistical and mathematical tools for atomic clocks[J]. Metrologia, 2008, 45(6): S183–S192.
- [17] PANFILO G, TAVELLA P. Atomic clock prediction based on stochastic differential equations[J]. Metrologia, 2008, 45(6): S108–S116.
- [18] RILEY W J, HOWE D A. Handbook of frequency stability analysis[K]. 2007.
- [19] GALLEANI L, SACERDOTE L, TAVELLA P, et al. The mathematical model for the atomic clock error: an overview[J]. Metrologia, 2003, 40(3): 257–264.
- [20] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume 2: Detection Theory[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1998.
- [21] NUNZI E, GALLEANI L, TAVELLA P, et al. Detection of anomalies in the behavior of atomic clocks[J]. IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(2): 523–528.
- [22] GALLEANI L. A tutorial on the two-state model of the atomic clock noise[J]. Metrologia, 2008, 45(6): S175–S182.