

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2020-02-0130-13

# 一种基于伪距的罗兰 C 定位授时解算方法

燕保荣<sup>1,2</sup>, 李云<sup>1,2</sup>, 郭伟<sup>1,2</sup>, 华宇<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600;

2. 中国科学院 精密导航定位与定时技术重点实验室, 西安 710600)

**摘要:** 传统罗兰 C 定位解算方法受台链限制, 测量的时延差中相关误差难以分离, 鉴于此提出了一种基于伪距的定位授时解算方法。该方法以伪距观测量的基本构成为基础, 对椭球面大地线距离进行线性化处理后再进行迭代计算。仿真计算结果表明: 当测量伪距中不包含观测误差时, 该方法能够实现椭球面的高精度定位授时。通过对实际传播路径上测量伪距的仿真, 分析了随机噪声和二次时延等观测误差对定位及授时的影响。结果显示: 与二次时延等误差相比, 随机噪声对定位及授时准确度的影响并不明显, 主要影响定位及授时的稳定度, 而二次时延等误差则主要影响其准确度。伪距定位授时算法不受台链限制, 误差源清晰, 易于后期分离。综合本文分析可以得出: 减少伪距观测值中二次时延等误差的影响, 抑制随机噪声, 可以有效提高罗兰 C 系统定位及授时的精度。

**关键词:** 罗兰 C; 定位; 授时; 迭代算法

## A solution method of positioning and timing based on pseudo distance assigning for Loran-C

YAN Bao-rong<sup>1,2</sup>, LI Yun<sup>1,2</sup>, GUO Wei<sup>1,2</sup>, HUA Yu<sup>1,2</sup>

(1. National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;

2. Key Laboratory of Precise Positioning and Timing Technology, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

**Abstract:** The traditional Loran-C localization method is limited by the station chain, and it is difficult to separate the correlation errors from the measured delay difference. In view of this, a new method of positioning and timing based on pseudo distance is proposed. Based on the basic structure of the pseudo-range observation amount, the method linearizes the ellipsoidal geodesic distance and then computes it iteratively. The simulation results show that this method can realize the precise positioning and timing on the ellipsoidal sphere when the measurement error is not included. By simulating the measurement of pseudo distance on the actual propagation path, the influence of random noise and secondary delay observation error on the positioning and timing are analyzed. The results present that the effect of random noise on the accuracy is not obvious compared with the errors of secondary delay. The stability of positioning and timing is mainly influenced by the random noise, while

收稿日期: 2019-10-22; 接受日期: 2020-01-21

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金资助项目 (11803040); 中国科学院前沿科学重点研究资助项目 (QYZDJ-SSW-JSC034)

作者简介: 燕保荣, 女, 副研究员, 主要从事定位授时方法与技术研究。

the accuracy is mainly affected by the errors of secondary delay. Pseudo-range positioning and timing algorithm is not limited by the table chain, and the errors are easy to be separated later. Based on these analysis, it can be concluded that the accuracy of positioning and timing by Loran-C system can be improved effectively by reducing the influence of the secondary delay and reducing the random noise.

**Key words:** Loran-C; positioning; timing; iterative algorithm

## 0 引言

罗兰 C 系统是一种陆基、低频、脉冲相位调制的远程无线电导航系统<sup>[1]</sup>。该系统通常采用三台二基线的双曲线测时差法进行定位,即在某一位置测量同一台链的两个副台相对于主台的时延差,进而转换为距离差,再利用双曲线定位原理进行定位解算<sup>[2-4]</sup>。该方法采用单台链定位,定位精度受台站布设方式以及测量误差的限制,并且该方法利用时延差消除了罗兰接收机与罗兰系统之间钟差的影响,无法直接求解接收机钟差。测量的时延差中包含了两条传播路径上误差的影响,难以分离。针对双曲线时差方法受台链限制的缺点,罗兰工作者开展了双台链、多台链等定位算法<sup>[5-9]</sup>、以及附加约束条件的定位算法<sup>[2,10]</sup>的研究。这些算法提高了台链的利用率,发挥了台链定位的潜力,但是算法较复杂,授时解算同样受限。通常,罗兰 C 系统要应用于授时,首先要给出定位,再利用已知的位置计算大地线距离所对应的时间延迟,调整接收机的授时信号,完成定时<sup>[10]</sup>。在无其他辅助手段时,罗兰接收机要完成定时就必须依赖于本身的定位结果以及接收到的授时信号,因此授时误差受定位误差的影响。接收机的授时信号中包含了传播路径上地形、气象参数、地面的电参数、随机噪声等误差的影响<sup>[11]</sup>,使得定时精度不高。近十几年来,罗兰系统大多进行了升级改造,接收机也可以实现伪距的测量<sup>[12]</sup>,能够利用测量的伪距开展定位授时算法的研究。在实际应用中,罗兰的测量伪距多应用于组合导航<sup>[13-15]</sup>,目前尚无完全基于伪距的罗兰定位授时解算方法出现。

本文结合罗兰接收机伪距测量的基本原理,提出了一种基于伪距的罗兰系统定位授时解算方法,克服了传统双曲线定位解算方法的不足。仿真分析了影响该方法定位及授时误差的主要因素,为提高罗兰 C 系统定位及授时的精度奠定了理论基础。

## 1 伪距测量原理

罗兰接收机通过捕获跟踪等过程得到罗兰信号的到达时刻并产生相应的组触发脉冲 (group trip pulse, GTP),通过信息解调与解码获取相关接收台站的时间信息,然后进行测量得到相应台站到接收机的伪距信息<sup>[12]</sup>。因此,伪距测量需要建立在接收机完成信号的搜索捕获、跟踪、周期识别以及时码解调的基础之上,其时间等效关系如图 1 所示,  $T_m$  为罗兰发射台标志脉冲发播时刻 (time of transmitter, TOT) 与标准时间 UTC 的 1PPS 的时间偏差,也称发播控制精度。  $T_p$  表示授时信号从发播天线到罗兰接收机天线的绝对传输时间,  $T_r$  表示授时信号在接收系统内的传输时间,包括接收天线、耦合器、电缆和接收机通道对接收信号的总时间延迟。  $t_u$  为接收机本地 1 PPS 与 UTC 的 1 PPS 之间的时间偏差,也称接收机钟差。  $N$  为接收机本地 1 PPS 信号与接收机输出的 GTP 之间的时间间隔,在统一的时间轴上满足:

$$t_u + N = T_m + T_p + T_r. \quad (1)$$

罗兰接收机接收到的伪距测量值  $P$  可以表示为

$$P = N \times c = (T_m + T_p + T_r) \times c - t_u \times c。 \quad (2)$$

式(2)中,  $c$  为真空中光速。

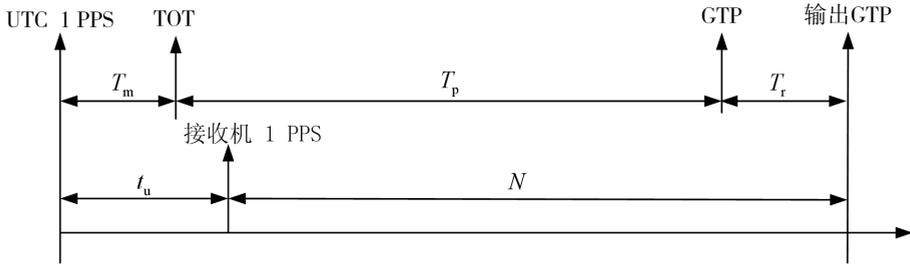


图1 伪距测量基本原理

考虑到传播路径上绝对传输时间  $T_p$  主要由基本时延和二次时延构成<sup>[16]</sup>, 可以表示为

$$T_p = t_p + t_s, \quad (3)$$

式(3)中, 基本时延  $t_p$  是指信号从发播天线到接收点在大气中传播所对应的时间延迟, 二次时延  $t_s$  是指信号从发播天线到接收点在实际路径中传播相对于空气中传播所增加的时间延迟, 并且基本时延和二次时延都是实际传播距离的函数。与基本时延相比, 二次时延通常为一小量, 在定位或授时精度不高的情况下, 可以忽略。对于高精度的定位和授时, 需要考虑二次时延的影响。

根据前面的式(2)和式(3), 罗兰接收机接收到的伪距测量值  $P$  进一步表示为

$$P = (T_m + T_r) \times c + t_p \times c + t_s \times c - t_u \times c, \quad (4)$$

当  $T_m$ ,  $T_r$  为未知量时, 可以与接收机钟差合并, 作为一个未知量进行处理。通常,  $T_m$  利用电流回路进行测量,  $T_r$  可以通过接收机标校获得, 当  $T_m$ ,  $T_r$  已知时, 伪距方程可以表示为

$$P - (T_m + T_r) \times c = t_p \times c + t_s \times c - t_u \times c, \quad (5)$$

方程左边表示罗兰接收机测量的伪距值与已知量的差值, 也表示伪距测量值, 方程右边表示信号在实际路径中的传播时延所对应的实际传播距离与接收机钟差所对应的距离之差。

## 2 伪距定位授时算法

第1节式(5)中, 方程右边的传播距离是台站位置与接收机位置的函数, 如果利用多个罗兰C台站的伪距测量结果作为直接观测量, 将接收机的位置和接收机的钟差作为未知量, 进行最小二乘计算, 就可以求出接收机的位置以及接收机钟差。通过求解的接收机钟差进行本地时钟的标校, 就可以完成定时。这种伪距定位授时算法与全球定位系统的伪距定位授时算法的基本原理一致。与双曲线导航定位算法相比, 两者的直接观测量不同, 前者为测量伪距, 而后者是主副台站之间的时延差。双曲线定位的测量值中消除了罗兰接收机的钟差, 但是增强了测量误差之间的关联性, 不易分离及消除, 而测量伪距仅包含一条传播路径上的误差源, 构成清晰, 易于后期的抑制及消除。同时, 双曲线定位受台链的限制, 而伪距定位授时算法可以在台链间任意组合, 求解更为方便。双曲线定位解算只能求解位置, 如果要进行授时, 需要利用已知的接收机位置或定位结果计算相对应的大地线距离, 并对GTP信号进行时间调整, 而伪距定位授时算法能直接求解出定位结果及接收机钟差。

基于测量伪距的定位方程组可以表示为

$$D_i = L_i + t_{si} \times c - t_u \times c, \quad (6)$$

式(6)中,  $D_i$ 表示接收机测量的扣除了发播控制误差和接收系统延迟后的伪距观测值,  $L_i = t_{pi} \times c$ 表示各台站到接收机的大地线距离。 $t_{si} \times c$ 表示各台站到接收机的传播路径上二次时延所对应的距离值。 $t_u$ 表示接收机相对于罗兰C系统的时间偏差。需要注意,二次时延  $t_{si}$  所对应的传播距离远远小于  $L_i$ , 可以作为  $D_i$  的观测误差打包到伪距观测值中。鉴于此, 伪距的定位方程组可以修正为

$$D_i = L_i - t_u \times c, \quad (7)$$

注意, 式(7)中  $D_i$  包含了相应的误差。下面以理想球面为出发点, 推导伪距定位授时解算算法的一般步骤, 然后, 在此基础上考虑地球的实际情况, 进一步推导椭球面上伪距定位授时的解算方法。

## 2.1 球面伪距定位授时算法

在理想球面上, 各台站到接收机的大地线距离  $L_i$  满足:

$$L_i = a\delta_i, \quad (8)$$

$$\cos\delta_i = \sin\varphi_i \sin\varphi + \cos\varphi_i \cos\varphi \cos(\lambda - \lambda_i), \quad (9)$$

式(8)和(9)中,  $a$  为标准参考球的半径,  $\delta_i$  为台站与接收机位置所对应的地心角。在计算球面两点间的距离时  $\delta_i$  的单位为弧度。 $(\varphi_i, \lambda_i)$  为台站的球面坐标, 分别表示台站在球面的纬度和经度。 $(\varphi, \lambda)$  为待求的接收机位置。在式(7)中, 共有3个未知量, 至少需要3个方程才能求解。这里以3个方程组为例, 说明求解方法。

式(7)利用线性化迭代运算的方法进行求解<sup>[10]</sup>, 初始值表示为  $L_0(\varphi_0, \lambda_0, t_{u0})$ , 将式(7)在  $L_{i0}$  点进行小偏差的泰勒级数展开, 并忽略高次项后可以表示为

$$\begin{cases} D_1 - L_{10}(\varphi_0, \lambda_0, t_{u0}) \approx \frac{\partial L_1}{\partial \varphi} \Big|_{L_{10}} \Delta\varphi + \frac{\partial L_1}{\partial \lambda} \Big|_{L_{10}} \Delta\lambda + \frac{\partial L_1}{\partial t_u} \Big|_{L_{10}} \Delta t_u \\ D_2 - L_{20}(\varphi_0, \lambda_0, t_{u0}) \approx \frac{\partial L_2}{\partial \varphi} \Big|_{L_{20}} \Delta\varphi + \frac{\partial L_2}{\partial \lambda} \Big|_{L_{20}} \Delta\lambda + \frac{\partial L_2}{\partial t_u} \Big|_{L_{20}} \Delta t_u \\ D_3 - L_{30}(\varphi_0, \lambda_0, t_{u0}) \approx \frac{\partial L_3}{\partial \varphi} \Big|_{L_{30}} \Delta\varphi + \frac{\partial L_3}{\partial \lambda} \Big|_{L_{30}} \Delta\lambda + \frac{\partial L_3}{\partial t_u} \Big|_{L_{30}} \Delta t_u \end{cases} \quad (10)$$

将伪距定位方程组进行整理, 以矩阵形式表示:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}, \quad (11)$$

式(11)中,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_1}{\partial \varphi} & \frac{\partial L_1}{\partial \lambda} & \frac{\partial L_1}{\partial t_u} \\ \frac{\partial L_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial L_2}{\partial \lambda} & \frac{\partial L_2}{\partial t_u} \\ \frac{\partial L_3}{\partial \varphi} & \frac{\partial L_3}{\partial \lambda} & \frac{\partial L_3}{\partial t_u} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta\lambda \\ \Delta t_u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} D_1 - L_{10}(\varphi_0, \lambda_0, t_{u0}) \\ D_2 - L_{20}(\varphi_0, \lambda_0, t_{u0}) \\ D_3 - L_{30}(\varphi_0, \lambda_0, t_{u0}) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式(12)中,

$$\begin{cases} \frac{\partial L_i}{\partial \varphi} = a \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial \varphi} = a \cdot \frac{\cos \varphi_i \sin \varphi \cos(\lambda - \lambda_i) - \sin \varphi_i \cos \varphi}{\sqrt{1 - [\sin \varphi_i \sin \varphi + \cos \varphi_i \cos \varphi \cos(\lambda - \lambda_i)]^2}} \\ \frac{\partial L_i}{\partial \lambda} = a \cdot \frac{\partial \delta_i}{\partial \lambda} = a \cdot \frac{\cos \varphi_i \sin \varphi \sin(\lambda - \lambda_i)}{\sqrt{1 - [\sin \varphi_i \sin \varphi + \cos \varphi_i \cos \varphi \cos(\lambda - \lambda_i)]^2}} \\ \frac{\partial L_i}{\partial t_u} = -c \end{cases} \quad (13)$$

利用初始值以及各个偏导数的表达式求出向量  $\mathbf{X}$ ，并进一步修正初始值，进行迭代计算，如此循环直到满足相应的精度要求为止。

## 2.2 椭球面伪距定位授时算法

在对球面的伪距定位授时算法进行描述时，采用了球面的三角形原理。但是在实际的应用过程中，信号在地球表面传播，而地球是一个不规则的椭球，罗兰接收机测量的伪距是椭球面上两点之间的大地线距离。在参考椭球面上，两点之间大地线距离的计算可以采用 Andoyer-Lambert 公式<sup>[17]</sup>，即：

$$L_i = a\delta_i + a\Delta\delta_i, \quad (14)$$

$$\Delta\delta_i = \frac{f}{4} \left[ \frac{\sin \delta_i - \delta_i}{1 + \cos \delta_i} (\sin \varphi + \sin \varphi_i)^2 - \frac{\sin \delta_i + \delta_i}{1 - \cos \delta_i} (\sin \varphi - \sin \varphi_i)^2 \right], \quad (15)$$

式(14)中， $a$ 与 $\delta_i$ 的含义同前， $a\Delta\delta_i$ 是椭球面上两点距离的修正量。 $f$ 表示椭球体的扁率，参考椭球面上大地纬度和大地经度( $B, L$ )与参考球面纬度和经度( $\varphi, \lambda$ )的转换关系为：

$$\tan \varphi = \frac{b}{a} \tan B, \quad (16)$$

$$\lambda = L, \quad (17)$$

式(16)中， $a$ 与 $b$ 分别表示参考椭球的长半轴与短半轴。

椭球面的伪距定位授时算法与球面的伪距定位授时算法近似相同，其区别在于初始位置处进行泰勒级数展开时矩阵  $\mathbf{A}$  中的相关元素不同，这里

$$\begin{cases} \frac{\partial L_i}{\partial \varphi} = a \frac{\partial \delta_i}{\partial \varphi} + a \frac{\partial \Delta\delta_i}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial L_i}{\partial \lambda} = a \frac{\partial \delta_i}{\partial \lambda} + a \frac{\partial \Delta\delta_i}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial L_i}{\partial t_u} = -c \end{cases} \quad (18)$$

式(18)中，

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \varphi} = \frac{\cos \varphi_i \sin \varphi \cos(\lambda - \lambda_i) - \sin \varphi_i \cos \varphi}{\sqrt{1 - [\sin \varphi_i \sin \varphi + \cos \varphi_i \cos \varphi \cos(\lambda - \lambda_i)]^2}}, \quad (19)$$

$\Delta\delta_i$ 是 $\delta_i$ ， $\varphi$ 以及 $\lambda$ 的函数，其关于 $\varphi$ 的偏微分形式为

$$\frac{\partial \Delta\delta_i}{\partial \varphi} = \frac{\partial \Delta\delta_i}{\partial \delta_i} \frac{\partial \delta_i}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Delta\delta_i}{\partial \varphi}, \quad (20)$$

并且，式 (20) 右边：

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \Delta \delta_i}{\partial \delta_i} &= \frac{f}{4} \left[ \frac{[(\cos \delta_i - 1)(1 + \cos \delta_i) + (\sin \delta_i - \delta_i) \sin \delta_i](\sin \varphi + \sin \varphi_i)^2}{(1 + \cos \delta_i)^2} \right] - \\ &\frac{f}{4} \left[ \frac{[(\cos \delta_i + 1)(1 - \cos \delta_i) - (\sin \delta_i + \delta_i) \sin \delta_i](\sin \varphi - \sin \varphi_i)^2}{(1 - \cos \delta_i)^2} \right] \\ \frac{\partial \Delta \delta_i}{\partial \varphi} &= \frac{f}{4} \left[ \frac{(\sin \delta_i - \delta_i)[2(\sin \varphi + \sin \varphi_i)] \cos \varphi}{1 + \cos \delta_i} \right] - \frac{f}{4} \left[ \frac{(\sin \delta_i + \delta_i)[2(\sin \varphi - \sin \varphi_i)] \cos \varphi}{1 - \cos \delta_i} \right] \end{aligned} \right. \quad (21)$$

式 (18) 中， $\delta_i$  是  $\varphi$ ， $\lambda$  的函数，其关于  $\lambda$  的偏微分形式为

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial \lambda} = \frac{\cos \varphi_i \cos \varphi \sin(\lambda - \lambda_i)}{\sqrt{1 - [\sin \varphi_i \sin \varphi + \cos \varphi_i \cos \varphi \cos(\lambda - \lambda_i)]^2}}, \quad (22)$$

同理， $\Delta \delta_i$  是  $\delta_i$ ， $\varphi$  以及  $\lambda$  的函数，故  $\Delta \delta_i$  关于  $\lambda$  的偏微分形式为

$$\frac{\partial \Delta \delta_i}{\partial \lambda} = \frac{\partial \Delta \delta_i}{\partial \delta_i} \frac{\partial \delta_i}{\partial \lambda} \quad (23)$$

将式 (19) ~ (23) 带入式 (18)，结合 (11) ~ (13) 的过程就可以采用迭代方法计算，直到满足设定的阈值条件退出解算过程。需要注意：伪距定位授时解算中要求输入初始值，因此初始值的选取也非常重要，如果初始值选择不合适，容易造成迭代不收敛，无法实现解算。在本算法中利用双曲线定位的概位结果作为伪距定位授时算法的初始值<sup>[3-4]</sup>，可以获得较为精确的定位授时结果。

### 3 仿真分析

为验证椭球面伪距定位授时算法的定位及授时精度，可以利用定位及授时误差进行衡量。本文针对测量伪距中无观测误差两种情况进行讨论。其中，无观测误差意味着伪距观测值直接代表了椭球面的大地线距离，其定位和授时的误差也就代表了本算法的误差。有观测误差时，伪距观测值通常不等于椭球面的大地线距离，定位授时误差则表征了观测误差对定位和授时的影响。

#### 3.1 无伪距误差的情况

以我国某个罗兰台链为例，分析这种伪距定位算法的定位误差及授时误差。该台链包括一个主台和两个副台。假设罗兰接收机与罗兰 C 系统之间无钟差，即  $t_u = 0$ 。在正向的工作区域内，利用各台站和用户点的坐标以及 Andoyer-Lambert 公式可以仿真罗兰接收机接收到伪距值，即伪距观测值中不包含观测误差，然后利用椭球面伪距定位授时算法求解，采用的迭代收敛门限设置为  $(1 \times 10^{-6})^\circ$ ，相当于地面上的长度为 0.1 m。在纬度和经度方向的定位误差如图 2 和图 3 所示。从计算结果可以看出，本算法在无观测误差时可以获得近似精确的定位结果，定位误差非常小，可达厘米量级甚至更小。换句话说，该伪距定位授时算法的定位误差非常小，可以满足计算的要求。图 4 给出了计算区域内的授时误差，也就是钟差，可以看出，授时误差值也非常小。由于仿真计算时假设了罗兰接收机与罗兰 C 系统之间无钟

差, 故这里计算的授时误差也就是算法本身的误差。综合来看, 该算法在无伪距误差时可以实现高精度的定位和授时。

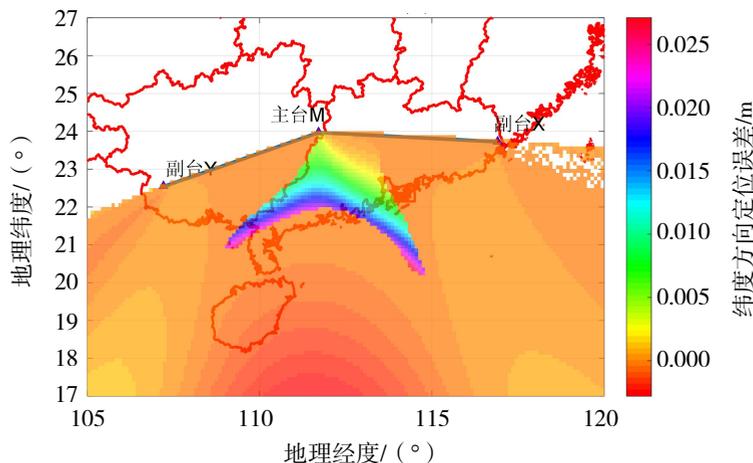


图 2 纬度方向定位误差

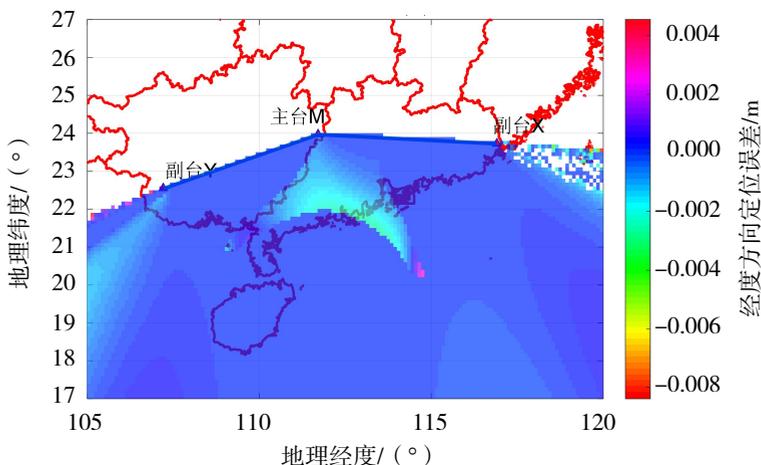


图 3 经度方向定位误差

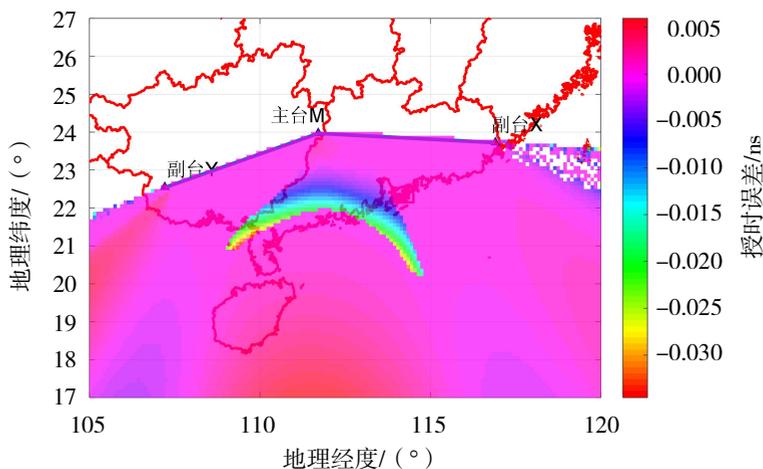


图 4 授时误差

需要注意: 在图 2、图 3、图 4 中, 地理位置 (22°N, 112°E) 附近有一不规则区域, 与其他位置相比, 计算结果稍大, 这是因为在该区域内迭代过程中迭代次数较少, 该区域内迭代 2 次就能满足收敛门

限的设置，而在其他区域，迭代了 3 次或者更多，故迭代计算的误差更小。注意，迭代收敛门限设置的越小，迭代次数也会越多，但是计算耗时也就越大。

### 3.2 含伪距误差的情况

在 3.1 节讨论了伪距中无观测误差时的定位及授时误差情况，为进一步验证该方法在实际传播路径中的定位效果，需要考虑伪距观测值中的相关误差。在讨论伪距误差的影响之前，本文给出了单台链布局时用户点的几何精度因子，如图 5 所示。这是因为定位及授时误差不仅与伪距误差有关，也与几何精度因子有关。从图 5 中可以看出，当台站位置固定时用户点的几何精度因子与用户点的具体位置有关，围绕整个台链大致呈半圆形分布，距离台站越远，几何精度因子也越大。

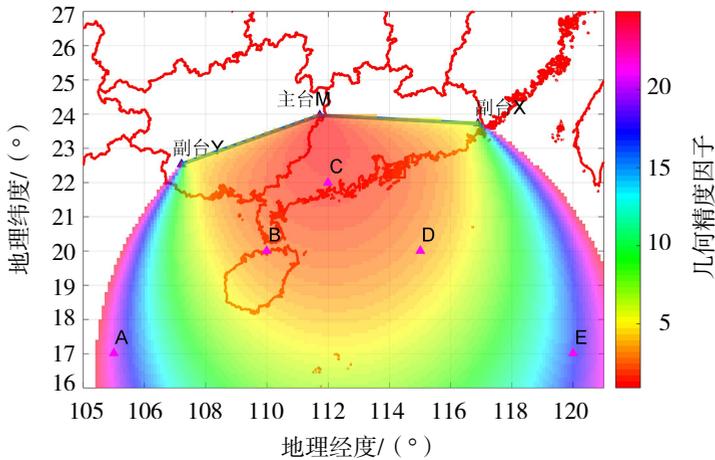


图 5 工作区域内几何精度因子

罗兰信号在实际的传播过程中受多种因素的影响，这些影响都会体现在观测伪距中，主要的影响因素包括随机噪声，地形的起伏，气象条件的变化，传播路径上电参数的不同等等。其中，随机噪声无法消除，只能通过改善接收机的设计或改善信号质量来降低。后三种因素直接影响伪距观测值的具体数值，从而影响定位授时算法的结果，可以归纳为一类误差。其中，地形的因素与传播的具体路径有关，接收点固定时，传播路径也就具体确定。气象因素是实时缓变的，在一定的时间段内变化并不明显。影响较为突出的是路径上电参数造成的二次时延。根据国际电联 ITU (原 CCIR) 关于大地传播类型的划分<sup>[18]</sup>，七种典型传播地面类型分别为：平均海水、良导电地、潮湿地面、平均陆地、较干燥地、干燥地、甚干燥地，相应的相对介电常数及等效电导率等参数的具体数值见参考文献[18]。研究表明，在恒定的距离上，海水所对应的二次时延最小，在 500 km 的距离时，二次时延能达到 0.793  $\mu\text{s}$ ，相当于距离为 238 m。可见，二次时延是伪距观测值中的主要误差源。

为描述方便，表 1 给出了仿真区域内几个典型点的大地线距离以及对应的二次时延，仿真路径为平均海水，相对介电常数为 70，等效电导率 5 s/m，具体位置见图 5。本文只讨论随机噪声以及二次时延对定位及授时的影响。

表 1 大地线距离及二次时延值

测试点	测试坐标	台站	大地线距离/km	二次时延/ $\mu\text{s}$
		主台 M	1 041.895	1.991
A	(17°N, 105°E)	副台 X	1 446.894	2.914
		副台 Y	656.317	1.126

续表 1

测试点	测试坐标	台站	大地线距离/km	二次时延/ $\mu\text{s}$
B	(20°N, 110°E)	主台 M	473.859	0.739
		副台 X	823.230	1.496
		副台 Y	402.922	0.597
C	(22°N, 112°E)	主台 M	219.804	0.269
		副台 X	537.439	0.871
		副台 Y	496.010	0.784
D	(20°N, 115°E)	主台 M	554.736	0.907
		副台 X	456.510	0.704
		副台 Y	854.680	1.567
E	(17°N, 120°E)	主台 M	1 157.516	2.253
		副台 X	811.782	1.470
		副台 Y	1 471.992	2.971

### 3.2.1 随机噪声的影响

首先,考虑伪距观测值中的随机噪声对定位及授时结果的影响。利用 Matlab 的 randn 函数生成随机序列,并将其叠加到台站到接收机的大地线距离上用于仿真包含随机噪声的伪距观测值。在工作区域内选择 A、B、C、D、E 五个测试点进行分析,图 5 给出了测试点在台链中的具体位置。分别选择随机噪声的标准偏差为 100, 50 和 10 ns (相当于伪距误差约为 30, 15 和 3 m) 进行讨论。为表明统计效果,统计数据点为 5 000 个。为了比较,分别采用伪距定位授时算法以及双曲线的定位算法对随机噪声的影响进行了分析,各测试点的定位及授时误差统计结果见表 2。

表 2 中数据表明:随机噪声会影响定位及授时的结果。理论上讲,随机噪声并不影响定位以及授时误差的统计平均值,计算结果应该在零附近,但是由于定位及授时误差也与用户点的几何精度因子有关,故用户点几何精度因子较大时,定位及授时误差的平均值也较大。例如,A 点与 E 点,当随机噪声标准偏差为 100 ns 时,A 与 E 两点的纬度误差平均值分别为 7.327 m 和 -5.436 m,经度误差平均值分别为 4.887 m 和 6.545 m,同样,授时误差的平均值则分别为 -27.553 ns 和 27.684 ns。与此相比,B、C、D 三点的几何精度因子比 A、E 两点的结果要小,故纬度误差的平均值也越接近于零,同样,经度误差和授时误差也有相同的变化趋势。从表 2 也可以看出,定位及授时误差的标准偏差既与随机噪声的标准偏差有关,也受几何精度因子的影响。在固定点上,随机噪声的标准偏差与定位及授时误差的标准偏差近似成比例,如 A 点随机噪声标准偏差由 100 ns 减小到 50 ns 时,纬度、经度、授时误差的标准偏差分别由 561.858 m、462.523 m、2 357.735 ns 减小到 287.392 m、236.892 m、1 206.644 ns,都减到原来的近 1/2。同理,进一步减小随机噪声标准偏差,纬度、经度、授时误差的标准偏差也随之减小。同样,A、E 两点误差的标准偏差也大于其他三点,这就是几何精度因子的影响。可见,减小随机噪声的标准偏差,以及减少几何精度因子,可以提高定位及授时的稳定度。表 2 中,B、C、D 三点纬度方向误差的标准偏差远大于经度方向误差的标准偏差,而 A、E 两点却不明显,这是由于选择的台站以及测试点的位置决定的。对于 B、C、D 三点,当随机噪声叠加到大地线距离上时,其影响在纬度方向的分量大于经度方向。比较伪距定位授时算法与双曲线定位算法的结果可以看出,在定位方面,随机噪声对两种方法计算结果的影响相同,但是,双曲线定位算法无法即时计算出接收机钟差,主要依赖于测量结果。而伪距定位授时算法可以直接解算出接收机钟差,方便了授时处理。

图 6 给出了 B 点随机噪声标准偏差为 50 ns 时伪距定位授时算法计算的定位及授时误差。图 6 表明，该点纬度和经度方向的平均值较小，并且经度方向的误差标准偏差比纬度方向的误差标准偏差小。授时误差的平均值也较小，说明该点的授时准确度也较高。

表 2 随机噪声对定位及授时误差影响统计（5 000 点）

方法	测试点	随机噪声 标准偏差/ns	纬度误差 /m		经度误差 /m		授时误差 /ns	
			平均值	标准偏差	平均值	标准偏差	平均值	标准偏差
伪 距 定 位 授 时 算 法	A	100	7.327	561.858	4.887	462.523	-27.553	2 357.735
		50	5.838	287.392	4.821	236.892	-25.000	1 206.644
		10	-0.729	55.988	-0.573	46.134	2.996	235.031
	B	100	-1.583	102.843	-0.065	28.074	4.300	263.130
		50	-0.055	52.453	-0.010	14.142	0.058	134.518
		10	-0.180	10.405	-0.003	2.805	0.463	26.603
	C	100	0.558	47.340	-0.373	23.938	-2.895	100.667
		50	-0.035	23.909	-0.073	11.784	-0.309	50.562
		10	0.075	4.707	0.032	2.373	-0.062	10.152
	D	100	-2.670	118.689	1.805	52.174	9.565	336.806
		50	-0.464	60.731	0.172	26.262	1.177	171.488
		10	-0.030	11.964	0.036	5.303	0.009	33.881
	E	100	-5.436	457.780	6.545	437.589	27.684	2 028.092
		50	-0.642	225.626	0.054	215.857	1.992	1 000.576
		10	-0.106	45.339	0.047	43.313	0.242	200.767
双 曲 线 定 位 算 法	A	100	8.748	561.251	6.800	465.792	-	-
		50	-0.055	283.661	-0.895	234.148	-	-
		10	-0.180	58.595	0.033	48.364	-	-
	B	100	0.620	103.193	0.129	28.151	-	-
		50	-0.164	52.091	-0.059	14.178	-	-
		10	0.029	10.267	-0.032	2.826	-	-
	C	100	0.066	47.221	-0.214	23.593	-	-
		50	-0.145	23.690	0.099	12.004	-	-
		10	0.039	4.785	0.018	2.338	-	-
	D	100	-0.160	119.885	0.265	52.432	-	-
		50	0.637	59.927	0.048	26.328	-	-
		10	0.080	11.680	0.002	5.139	-	-
	E	100	3.668	447.796	-5.040	428.737	-	-
		50	-4.760	224.941	4.960	216.071	-	-
		10	0.853	44.783	-0.926	42.928	-	-

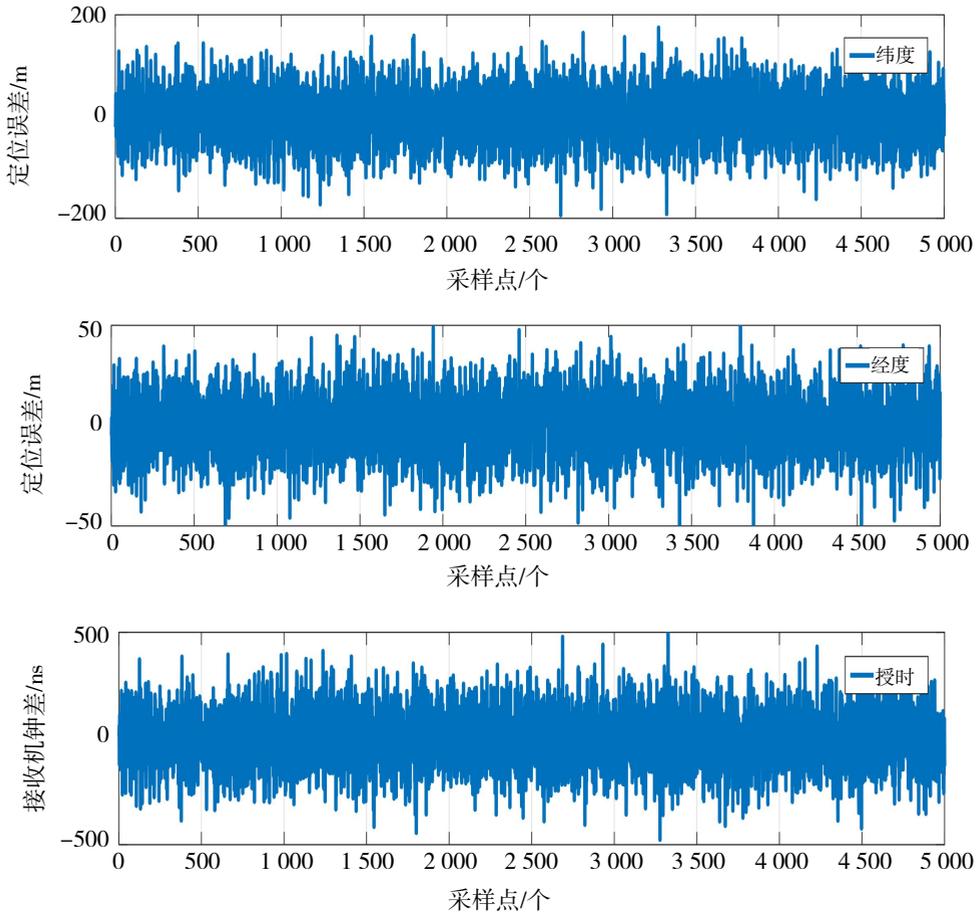


图 6 随机噪声对定位及授时误差的影响

### 3.2.2 二次时延的影响

实际上,信号在传播过程中无法消除二次时延,而二次时延会影响信号到达罗兰接收机的时刻,也就直接影响了伪距的观测值。由于受到传播路径上电参数的影响,通常,伪距观测值会比真空的理想情况要大。本文利用海水模型计算传播路径上的二次时延,并将其叠加到大地线距离上,作为仿真的实际伪距观测值,具体数值参见表 1,进一步分析二次时延对定位及授时误差的影响。其中,随机噪声的标准偏差为 50 ns,在测试点上利用两种方法计算的定位误差及授时误差见表 3。从表 3 与表 2 中的数据可以看出,考虑二次时延的影响时,定位误差和授时误差的平均值都明显增大,这是因为与随机噪声相比,二次时延比随机噪声要大,同时,标准偏差的变化并不明显。可见,二次时延主要影响定位及授时的准确度,对稳定度影响较小。从表 3 还可以看出,二次时延对纬度方向平均值的影响也大于经度方向,这是因为选择的台链以及测试点的具体位置决定的,即二次时延值对大地线距离影响主要表现在纬度方向。对几何精度因子较差的 A、E 两点,定位误差及授时误差的平均值以及标准偏差都偏大,几何精度因子的影响也较为明显。比较两种计算方法的定位结果可以看出,两种方法得到的定位误差的平均值接近,但是标准偏差的结果与具体位置有关。在 A、E 两点,双曲线定位误差的标准偏差比伪距定位授时解算结果要小,而在 B、C、D 三点,差距并不十分明显。考虑到授时情况,后者依然有其独特的优势。图 7 给出了 B 点随机噪声标准偏差为 50 ns,考虑二次时延时的定位及授时误差。纬度方向定位误差的平均值约为 400 m,经度方向的定位误差的平均值约为 -130 m,而授时误差的平均值约为 -1 850 ns。

表 3 二次时延对位置误差及授时误差的影响 (5 000 点)

方法	测试点	纬度误差 /m		经度误差 /m		授时误差 /ns	
		平均值	标准偏差	平均值	标准偏差	平均值	标准偏差
伪距定位授时算法	A	1 198.316	283.786	-108.872	234.876	-4 839.364	1 192.934
	B	397.908	52.395	-127.580	14.061	-1 851.184	133.291
	C	216.110	24.049	-42.275	11.690	-1 020.012	50.638
	D	420.186	59.224	15.130	26.235	-2 026.209	167.428
	E	822.254	226.256	105.516	216.108	-3 923.193	1 002.103
双曲线定位算法	A	1 195.659	238.646	-109.817	194.090	-	-
	B	397.789	44.545	-127.826	18.650	-	-
	C	215.983	19.629	-42.509	16.078	-	-
	D	422.063	52.099	14.423	24.165	-	-
	E	824.714	193.123	102.720	176.527	-	-

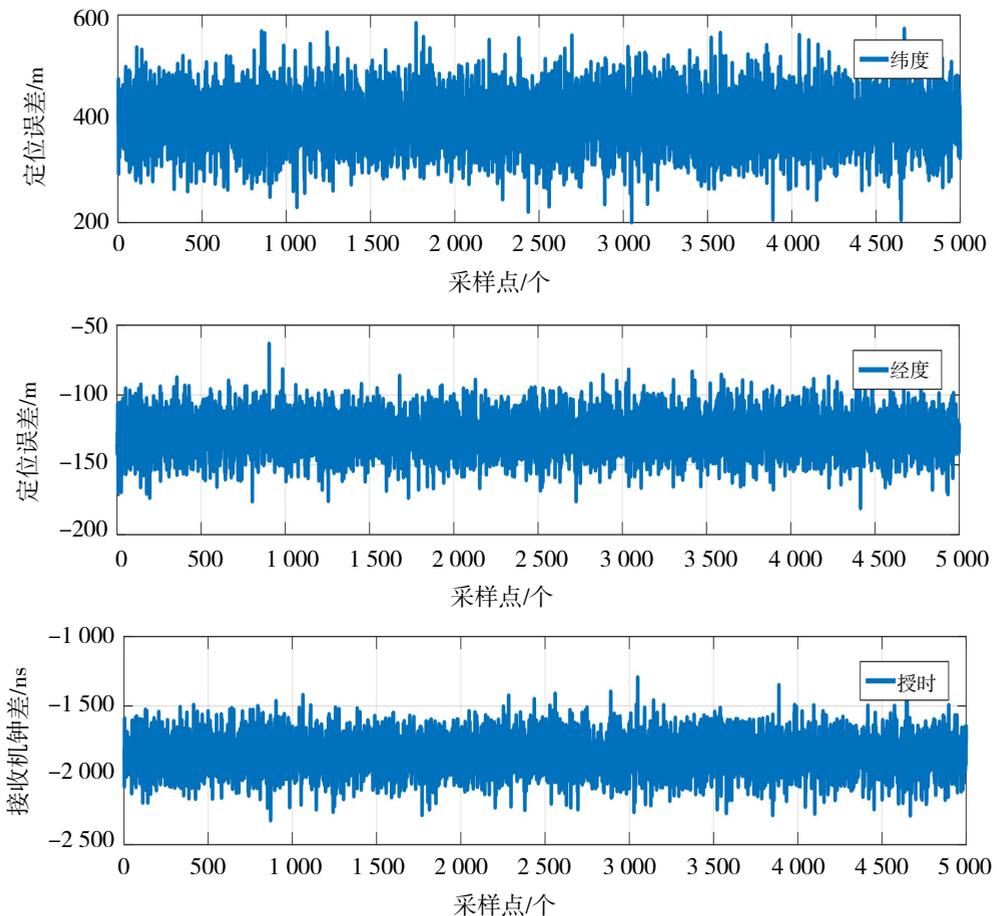


图 7 二次时延及随机噪声对定位及授时误差的影响

## 4 结语

本文在伪距测量原理的基础上,简要分析了影响伪距测量的主要因素,以及伪距的基本构成,从而提出了一种罗兰 C 系统的伪距定位授时算法,给出了球面以及椭球面计算时的数学模型。与传统的双曲线定位算法相比,该算法可以同时给出定位及授时的结果,打破了传统双曲线方法定位时的台链限制,有效提高了台链的利用率。通过仿真分析伪距中观测误差对定位及授时的影响,验证了该方法的有效性。仿真结果表明,当伪距中无观测误差时,定位及授时的误差都非常小,甚至到毫米量级,也就是说,伪距定位授时算法能够给出较准确的定位及授时结果,算法本身的误差可以忽略。当伪距中包含观测误差时,定位及授时的误差都有明显的变化。随机噪声小于 100 ns 时,工作区域内的定位误差大都小于 10 m,与二次时延相比,随机噪声主要影响了定位及授时的稳定度,对准确度的影响并不明显。同理,相对于随机噪声,伪距中包含的二次时延误差对定位及授时的准确度的影响较大。除此之外,定位以及授时误差也与接收机和台链的几何精度因子有关。比较伪距定位授时算法与双曲线定位算法的结果可知,在定位方面,随机噪声以及二次时延等误差的影响相似,即两种方法计算的定位误差的平均值近似相等。从本文的分析过程可知,伪距观测误差是影响定位及授时误差的一项主要因素,在以后的工作中,利用伪距定位授时算法中误差源清晰的特点,可以通过差分等方法减少伪距中的误差值,尤其是二次时延等主要误差源的影响,必然能进一步提高定位及授时的精度。

## 参考文献:

- [1] HARGREAVE S. ASF Measurement and Processing Techniques, to Allow Harbour Navigation at High Accuracy with eLoran[M]. Nottingham: the University of Nottingham, 2010: 6-8.
- [2] 陈永冰, 刘勇. 罗兰 C 定位的一种迭代算法[J]. 海军工程学院学报, 1998(4): 87-91.
- [3] 钱丽丽. 罗兰 C 导航中定位解算技术的研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2006: 29-37
- [4] 徐永亮. 罗兰 C 接收机数据解调及定位技术研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2009: 39-54.
- [5] 闵思鹤, 王甲池, 江太辉, 等. 基于双台链罗兰 C 导航仪的双曲线导航定位算法[J]. 电子与信息学报, 2003, 25(5): 700-703.
- [6] 唐金元, 王春雷, 王翠珍. 罗兰-C 系统多台链接收机定位解算算法[J]. 航空计算技术, 2013, 43(2): 72-75.
- [7] 曹可劲, 朱银兵, 张磊, 等. 罗兰-C 双台链交叉定位算法研究[J]. 海军工程大学学报, 2011, 23(3): 1-4.
- [8] 胡东亮, 李延辉, 罗斌凤, 等. 一种基于双台罗兰 C 信号测向交叉定位方法的研究[J]. 海军工程大学学报, 2008, 20(5): 71-74.
- [9] 黄莹, 胡昌华, 王琛. 基于 GPS 的罗兰 C 系统定位误差修正研究[J]. 全球定位系统, 2004(6): 19-21.
- [10] 李实锋, 华宇, 武晓亮. BPL 接收机自主定时技术研究[C]//2009 时间频率学术会议, 成都: 2009 时间频率学术会议会务组, 2009: 477-481.
- [11] 苗永瑞, 杨克俊, 郑恒秋, 等. 长波授时中地波传播时延的预测[J]. 陕西天文台台刊, 1979(2):12-23.
- [12] 李实锋. eLoran 信号接收方法与技术研究[D]. 西安: 中国科学院国家授时中心, 2013: 84-92.
- [13] 邓方林, 梁勇. 北斗/罗兰 C 组合导航系统研究[J]. 宇航学报, 2005, 26(3): 287-290.
- [14] 刘志国, 廖守亿, 王仕成, 等. 一种新的北斗/罗兰 C 组合导航滤波算法[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(7): 1834-1837.
- [15] 刘音华, 李孝辉, 刘长虹, 等. 地基长波授时系统/GNSS 组合定位技术研究[J]. 时间频率学报, 2017, 40(3): 161-177.
- [16] 燕保荣, 李云, 郭伟, 等. 一种基于差分的长波授时方法研究[J]. 天文学报, 2018, 59(6): 36-49.
- [17] 杨致友. 罗兰导航数学方法[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2001: 140-150.
- [18] SJ20839-2002. 长波地波传输信道计算方法[S]. 中华人民共和国信息产业部, 2002.