

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2020-03-0196-08

基于经度变换法的单台链双曲线定位 GDOP 计算

王璐璐^{1,2,3}, 何在民^{1,2}, 韩振兴⁴, 黄媛媛^{1,2,3}, 鲁刚^{1,2,3}

- (1. 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600;
2. 中国科学院 时间频率基准重点实验室, 西安 710600;
3. 中国科学院大学, 北京 100049;
4. 中国人民解放军 63768 部队, 西安 710600)

摘要: 无线电双曲线定位精度与几何精度衰减因子 (GDOP) 密切相关。针对单台链双曲线定位 GDOP 值计算存在区域划分判定不明确的问题, 提出的经度变换法使得 GDOP 值计算更加准确、有效。以阿尔法无线电导航系统为例, 计算并分析其在 (20 N, 30 E), (80 N, 150 E) 所围大矩形区域的 GDOP 值, 结果表明: 所提方法可实现 I、III 与 II、IV 区域的有效识别, 在 II、IV 区域内, GDOP 值计算准确度平均提升了 13.07%, 在 (29 N, 103 E), (37 N, 114 E) 所围矩形区域内, GDOP 均小于 5, 保证了试验验证的可用性。

关键词: 经度变换法; 几何精度衰减因子 (GDOP); 区域识别; 单台链; 双曲线定位

Single-chain hyperbolic positioning GDOP calculation based on longitude transformation method

WANG Lu-lu^{1,2,3}, HE Zai-min^{1,2}, HAN Zhen-xing⁴, HUANG Yuan-yuan^{1,2,3}, LU Gang^{1,2,3}

- (1. National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;
2. Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standards, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
4. 63768 PLA Troops, Xi'an 710600, China)

Abstract: Radio hyperbolic positioning accuracy is closely related to the geometrical dilution of precision (GDOP). Since the unclear determination of region division for GDOP value calculation of single-chain hyperbolic positioning, the longitude transformation method is hence proposed, it can achieve more accurate and effective calculation of GDOP value. Using the Alpha radio navigation system as an example, the large rectangular area (20 N, 30 E), (80 N, 150 E), is calculated and analyzed. The results show that the proposed method can effectively identify the I, III and II, IV regions. In the II and IV regions, the accuracy of GDOP calculation is improved with an average of 13.07%. In the rectangular area (29 N, 103 E), (37 N, 114 E), the

收稿日期: 2020-01-21; 接受日期: 2020-04-15

基金项目: 中国科学院“西部之光”人才培养计划“西部青年学者”A类基金资助项目(XAB2017A05); 国家自然科学基金资助项目(11703030)

作者简介: 王璐璐, 女, 硕士研究生, 主要从事无线电导航与授时研究。

GDOP is less than 5, which is able to ensure the availability of test verification.

Key words: longitude transformation method; geometrical dilution of precision (GDOP); area identification; single chain; hyperbolic positioning

0 引言

陆基无线电定位可采用圆圆伪距定位和双曲线时差定位两种方式,这两种定位方式的定位误差主要取决于两个因素^[1-3]:①圆圆定位的伪距测量误差和双曲线定位的时差测量误差;②发射台分布的 GDOP (geometrical dilution of precision)。其中伪距测量误差和时差测量误差取决于系统发播、无线信号传播以及接收终端等引入的各种误差,而 GDOP 则取决于发射台分布的几何关系^[4-5]。因此, GDOP 计算对于分析陆基无线电导航系统定位精度至关重要^[6-8]。

文献[9]提出了单台链双曲线定位 GDOP 计算模型,并基于提出模型推导出 GDOP 计算解析表达式,其 GDOP 值由台间相关系数、对台张角以及双曲线交点夹角共同决定;文献[10]利用文献[9]给出的解析表达式,在取台间相关系数等于 1 的条件下,以 GDOP 值为参考分析了俄罗斯阿尔法导航系统的定位精度,但未考虑双曲线交点夹角分区域取值不同的问题;文献[11]分析了罗兰 C 单台链双曲线位置线的 GDOP 的计算过程,同时考虑了分区域求双曲线交点夹角,但未给出区域划分的计算方法。针对单台链双曲线定位 GDOP 计算存在的不足,笔者提出区域识别的经度变换法,解决单台链 GDOP 计算区域识别问题,更加客观地实现了单台链双曲线定位 GDOP 计算。以俄罗斯阿尔法系统为例,选取(20°N, 30°E), (80°N, 150°E)所围大矩形区域,在完成经度变换法区域识别的基础上进行 GDOP 计算,同时选取(29°N, 103°E), (37°N, 114°E)所围矩形区域进行仿真验证,给出 GDOP 计算结果及其等值线曲线。

1 基于区域识别的 GDOP 计算方法

单台链双曲线定位 GDOP 计算公式^[9]如下:

$$F_{\text{GDOP}} = \frac{1}{2 \sin \sigma} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_1}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_2}{2}} + \frac{2K \cos \sigma}{\sin \frac{\theta_1}{2} \sin \frac{\theta_2}{2}}}, \quad (1)$$

式(1)中, K 为台站间相关系数, θ_1 和 θ_2 是接收点对台张角, σ 为双曲线交点夹角。由式(1)可知, GDOP 值由台站间相关系数、对台张角及双曲线交点夹角 3 个因素共同决定。台站间相关系数 K 值计算涉及多方面,取值在 0~1 之间,本文在进行 GDOP 值计算时取 $K=0$,式(1)可简化为

$$F_{\text{GDOP}} = \frac{1}{2 \sin \sigma} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_1}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_2}{2}}}, \quad (2)$$

式(2)中, θ_1 , θ_2 与 σ 的描述如图 1 所示。

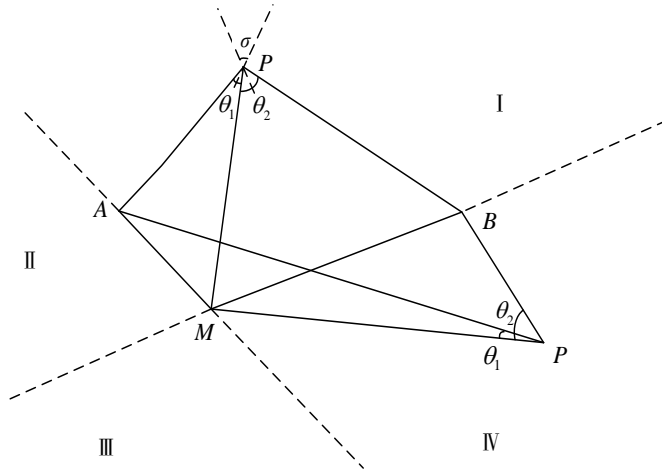


图 1 单台链双曲线定位区域划分图

图 1 中, A, B 和 M 为台链的 3 个台站, M 为主台, A 与 B 为两个副台, P 为定位点。根据台链中 A, B 和 M 3 个台站的几何位置, P 点可能位于的几何或 II、IV 区域中, 双曲线交点夹角 σ 随着 P 点所处区域不同而变化, 计算方法也不同。当 P 位于 I、II 区域时,

$$\sigma = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad (3)$$

当 P 位于 II、IV 区域时,

$$\sigma = \frac{|\theta_1 - \theta_2|}{2} \quad (4)$$

综上所述, 单台链双曲线定位 GDOP 计算的关键是 θ_1 和 θ_2 的求解以及 P 点所处区域的识别, 其中 θ_1 和 θ_2 根据球面三角形相关定理来求解, P 点所处区域通过经度变换法进行识别, 而无论是 θ_1 和 θ_2 的求解还是 P 点所处区域的识别, 都需要将大地纬度转换为归化纬度。

1.1 归化纬度转换

图 2 描述了大地纬度、地心纬度和归化纬度之间的转换关系^[12]。图 2 中, b 为椭圆短半轴, a 为椭圆长半轴, e 为椭球离心率, 作以原点 O 为中心、半径为 a 的辅助圆。

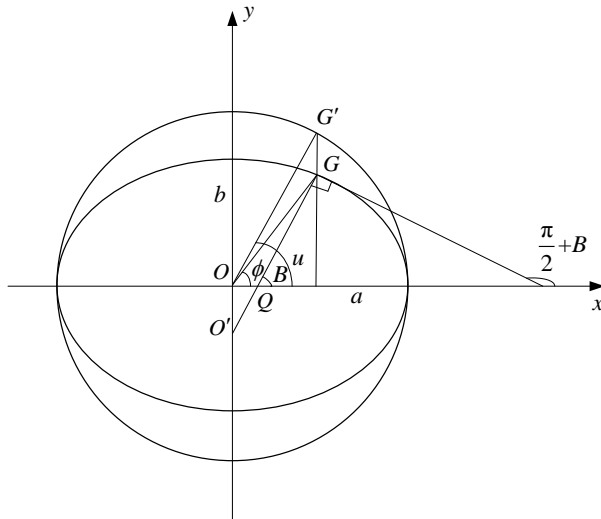


图 2 大地纬度、地心纬度和归化纬度的定义

椭球面上 G 点的大地纬度为 $\angle GQx$, 延长 G 点的纵坐标与圆交于 G' , G 点的归化纬度为 $\angle G'Ox = u$ 。归化纬度与大地纬度的转换关系如下:

$$u = \tan^{-1}(\sqrt{1-e^2} \tan \angle GQx)。 \quad (5)$$

1.2 θ_1 和 θ_2 计算

令 (u_1, w_1) , (u_2, w_2) 分别代表球面上两点的经纬度, 在归化纬度下, 使用球面余弦定律计算两点球面角距

$$d = \cos^{-1}(\sin u_1 \sin u_2 + \cos u_1 \cos u_2 \cos(|w_1 - w_2|)), \quad (6)$$

由式(6), 可以分别计算出图1中 d_{AP} , d_{AM} , d_{BP} , d_{BM} 和 d_{MP} 的值, 依据计算结果, 在球面三角形 AMP 与 BMP 中, 采用球面三角形边的余弦定理

$$\cos d_{AM} = \cos d_{AP} \cos d_{MP} + \sin d_{AP} \sin d_{MP} \sin \angle \theta_1, \quad (7)$$

$$\cos d_{BM} = \cos d_{BP} \cos d_{MP} + \sin d_{BP} \sin d_{MP} \sin \angle \theta_2, \quad (8)$$

由式(7)和(8), 可得到 θ_1 和 θ_2 。

1.3 经度变换法的区域识别

经度变换法判断 P 点位置的核心就是经过两次叉乘运算建立以主台 M 为北极, A 点为零度经线的新坐标系, 同时构建正交矩阵, 原坐标系中的坐标通过正交矩阵映射到新坐标系中, 并在新坐标系下计算台链所有台站与定位点的经度, 从而实现区域识别, 具体步骤如下:

① 球坐标到直角坐标转换

将球坐标系下的归化经纬度 (u, w) 转换为直角坐标系下的 (x, y, z) :

$$\begin{cases} x = R \cos u \cos w \\ y = R \cos u \sin w \\ z = R \sin u \end{cases}, \quad (9)$$

式(9)中, R 为球半径, 此处可取单位量。

② 新坐标系确定

e_1 是平面 OMA 的法向量与向量 OM 叉乘的结果; e_2 是平面 OMA 的法向量; e_3 是向量 OM 所指的方向, 如图3所示。由 e_1 , e_2 和 e_3 构成的正交向量组是确定的新坐标系。

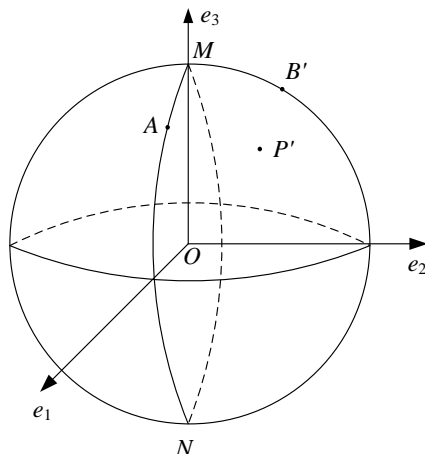


图3 新坐标系确立示意图

③ 新坐标系下表示

将 P , B 两点变换到新的坐标系 $[e_1 \ e_2 \ e_3]$ 上:

$$P' = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x & P_y & P_z \end{bmatrix}, \quad B' = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x & B_y & B_z \end{bmatrix}. \quad (10)$$

④ 经度计算与象限判断

确立以点 O 为原点, OM 为半径的球面, 设连线 MAN 为新的 0° 经线。根据 B' , P' 两点的坐标, 计算它们所在的经度, 以 B' 点为例

$$B'_u = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{B'_y}{B'_x}\right) & B'_x > 0 \cap B'_y \geq 0 \\ \pi + \tan^{-1}\left(\frac{B'_y}{B'_x}\right) & B'_x < 0 \\ 2\pi + \tan^{-1}\left(\frac{B'_y}{B'_x}\right) & B'_x > 0 \cap B'_y \leq 0 \\ \frac{\pi}{2} & B'_x = 0 \cap B'_y \geq 0 \\ \frac{3\pi}{2} & B'_x = 0 \cap B'_y \leq 0 \end{cases}. \quad (11)$$

参考图 1 中的区域划分, 现对站台 M , A , B' 的新经度来确定区域: $(0^\circ, B'_u)$ 为 I 区域, $(B'_u, 180^\circ)$ 为 II 区域; $(180^\circ, B'_u + 180^\circ)$ 为 III 区域, $(B'_u + 180^\circ, 360^\circ)$ 为 IV 区域。现根据定位点 P' 的新经度所在区域, 可使用公式 (3) 或 (4) 来计算夹角 σ 。

2 GDOP 计算结果与分析

陆基远程无线电导航资源主要包括罗兰 C (长波) 无线电导航系统和阿尔法 (甚长波) 无线电导航系统^[13-14], 其中阿尔法无线电导航系统是现在唯一还在使用的甚低频无线电导航系统, 工作区可覆盖全球 70% 的面积, 系统所属 5 个台站信息如表 1 所示, 其中的主台、东副台和西副台 3 个发射台发播信号, 是我国可利用的导航资源。本文以俄罗斯阿尔法无线电导航系统为研究对象, 计算并分析其在给定区域的 GDOP 值。

表 1 阿尔法无线电导航系统台站信息

台站编号	台站名称	地理位置
1 (主台)	Novosibirsk	55°45'22.0"N 84°26'52.4"E
2 (西副台)	Krasnodar	45°24'17.9"N 38°9'29.0"E
3 (东副台)	Khabarovsk	50°4'23.9"N 136°36'26.1"E
4 (北副台)	Revda	68°27.8"N 34°41'E
5 (南副台)	Seyda	39°28'16.0"N 62°43'7.3"E

为了分析所提方法正确性，选取的区域范围要足够大，区域内得涵盖 I、III 与 II、IV 4 个区域。本文以阿尔法导航系统主台、东副台和西副台 3 个台站为导航台，定位点位于 (20°N, 30°E), (80°N, 150°E) 所限定的大矩形区域内。依据经度变换的 GDOP 计算方法，得到 GDOP 计算流程如图 4 所示。

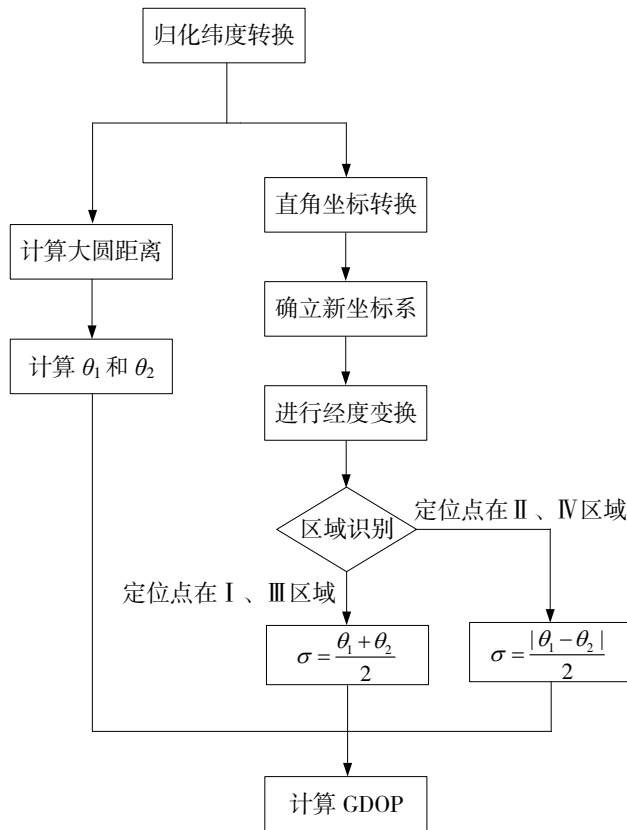


图 4 GDOP 计算流程

在计算过程中，定位点在所选大矩形区域内，以经纬度 1°为步进量，划分区域网格，遍历区域网格中的 7 381 个点网格点，每个网格点均采用经度变换法进行区域识别并进行 GDOP 计算。

图 5 为阿尔法系统主台、东副台、西副台 3 个台站以及所选大矩形区域相对位置示意图，采用经度变换法进行区域识别，识别结果如图 6 所示。将图 5 与图 6 两者进行比较，同时在大矩形区域内选取 I、III 与 II、IV 区域属性明显的 4 个定位点作为验证，经度变换法确实可实现定位点所属区域的有效识别。

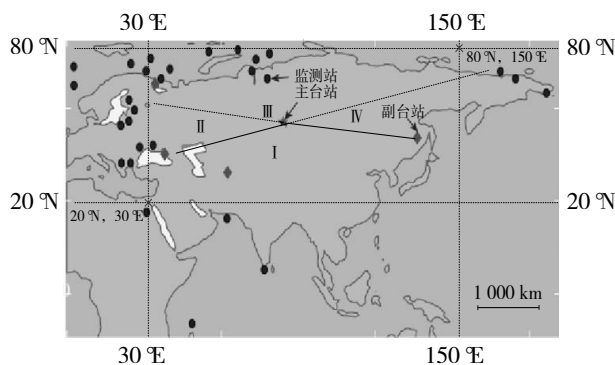


图 5 台站与大矩形区域相对位置示意图

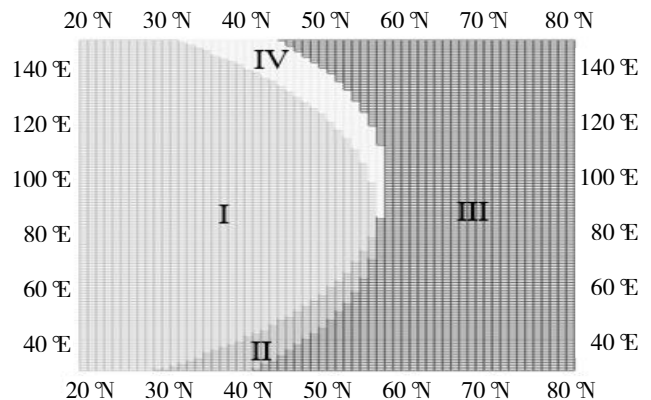


图 6 经度变化法在大矩形区域的区域识别结果

其中，位于 I、III 与 II、IV 的点数分别为 3 409、3 404、248、320，共有 568 个点位于 II、IV 区域。未

进行区域识别方法 GDOP 值由公式 (2) 得到, 双曲线交点夹角 σ 仅采用公式 (3) 计算, 在所选区域内, 计算的 GDOP 平均值为 84.11。本文所提方法因区域不同而对应的 σ 值计算存在差异, GDOP 值采用公式 (2)、(3) 与 (4) 结合计算, 在所选区域内 GDOP 平均值为 73.12。因此, 与未进行区域判断相比较, GDOP 值计算准确度平均提升了 13.07%。

由于后期要进行试验验证, 为提升试验验证数据的代表性、有效性及可用性, 现选取 (29°N, 103°E), (37°N, 114°E) 矩形区域。所选区域覆盖山地、丘陵、森林、平原、高原、平川、河谷、沙漠及戈壁等地貌, 地形地貌多样、复杂, 有利于后期试验中验证阿尔法无线电导航系统在不同地貌地区的定位精度, 其结果如表 2 所示, 同时绘制了 GDOP 值分布等值线, 计算结果见图 7。

表 2 阿尔法无线电导航系统在试验区域的 GDOP 值分布表

纬度	GDOP 值											
	103°E	104°E	105°E	106°E	107°E	108°E	109°E	110°E	111°E	112°E	113°E	114°E
29°N	2.81	2.90	2.98	3.08	3.18	3.29	3.41	3.55	3.68	3.84	4.00	4.17
30°N	2.77	2.85	2.94	3.04	3.14	3.26	3.38	3.51	3.65	3.81	3.97	4.15
31°N	2.72	2.80	2.90	3.00	3.10	3.22	3.34	3.48	3.62	3.78	3.95	4.14
32°N	2.67	2.76	2.86	2.96	3.07	3.18	3.31	3.45	3.60	3.76	3.93	4.12
33°N	2.63	2.72	2.82	2.92	3.03	3.16	3.29	3.43	3.58	3.75	3.93	4.12
34°N	2.60	2.69	2.79	2.89	3.01	3.13	3.27	3.41	3.57	3.74	3.92	4.12
35°N	2.56	2.66	2.76	2.87	2.99	3.11	3.25	3.40	3.56	3.71	3.93	4.14
36°N	2.53	2.63	2.74	2.85	2.97	3.10	3.25	3.40	3.57	3.75	3.95	4.16
37°N	2.51	2.61	2.72	2.84	2.96	3.10	3.25	3.41	3.58	3.77	3.98	4.20
38°N	2.49	2.60	2.71	2.83	2.96	3.11	3.26	3.43	3.61	3.81	4.03	4.26

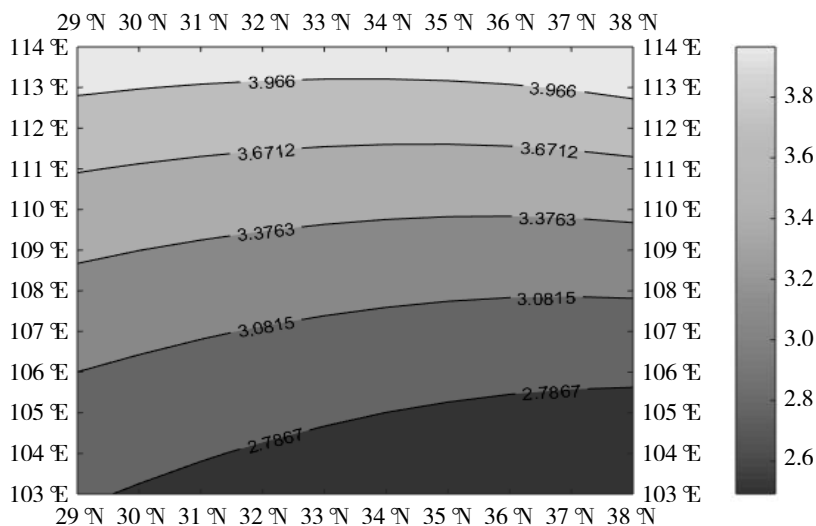


图 7 阿尔法无线电导航系统在试验区域的 GDOP 等值线

根据表 2 和图 7, 能直观形象地得到 GDOP 值的分布情况与变化趋势: 定位点经度一定时, GDOP 值随着纬度的增加而减小, 达到某一最小值后, GDOP 值便开始增加; 定位点纬度一定时, GDOP 值随着经度的增加而增加。分析这一趋势可知, 在站台覆盖到的正向区域内, 距离站台越远, GDOP 值越大。

表3 基于 GDOP 值的定位区属性判断

定位区属性	GDOP 值
高精度定位区	< 5
较好精度定位区	$5 \leq GDOP \leq 10$
低精度或不可用定位区	$GDOP > 10$

试验验证所选区域内 GDOP 最小值为 2.49, 最大值为 4.26, 该区域内 GDOP 最大值小于 5, 根据表 3 所示的基于 GDOP 值的定位区属性判断, 可知所选区域为高精度定位区, 因此可利用阿尔法无线电导航系统在此区域进行导航定位。

3 结语

针对单台链双曲线定位 GDOP 值计算存在区域划分判定的问题, 本文提出基于经度变换法的 GDOP 计算新方法, 以此分析了阿尔法无线电导航系统在 (20°N, 30°E), (80°N, 150°E) 所围大矩形区域内的区域识别效果并计算 GDOP 值, 并选取 (29°N, 103°E), (37°N, 114°E) 试验区域进行 GDOP 值计算的实验验证。仿真结果可知, 经度变换法可实现定位点区域的有效识别, 提升了 GDOP 计算的准确性和可靠性。

致谢: 衷心感谢西安邮电大学陈文学、李昌兴、谢卫强和张建科 4 位老师在方法上和数学上提供的帮助!

参考文献:

- [1] CHEN Shi-ru, XU Ding-jie, SUN Yao. Analysis and comparison of range-range positioning mode and hyperbolic positioning mode[J]. Journal of Marine Science and Application, 2002, 1(1): 60-64.
- [2] WANG Wei, DENG Zhi-xin, ZHAO Guo-qing. Research of coastal station distribution algorithm based on GDOP in wireless positioning system[C]//IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Harbin: IEEE, 2007: 3150-3154.
- [3] 文富忠, 董锐, 郑勇斌, 等. 远程无线电导航系统的定位误差分析及其仿真[J]. 应用科技, 2003, 30(5): 47-49.
- [4] ZHONG Er-ji, HUANG Ting-zhu. Geometric dilution of precision in navigation computation[C]//International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Dalian: IEEE, 2006: 4116-4119.
- [5] 徐健, 武建锋. 附有高程约束的卫星导航系统精度因子分析方法[J]. 时间频率学报, 2018, 41(2): 120-129.
- [6] 文富忠, 孙克宇, 徐定杰. 基于 GDOP 的导航定位误差和最优岸台设计算法的研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2002, 23(2): 47-50.
- [7] LEVANON N. Lowest GDOP in 2-D scenarios[J]. IEEE Proceedings-Radar, Sonar Navigation, 2000, 147(3): 149-155.
- [8] KAWARMURA K, TOSHIYUKI T. Study on the improvement of measurement accuracy in GPS[C]//SICE-ICASE International Joint Conference, 2006: 1372-1375.
- [9] 杨致友. 罗兰导航数学方法[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1991.
- [10] 李彬玉, 王丰乐. 俄罗斯甚低频导航系统用于我国近海的定位精度分析[J]. 青岛大学学报(自然科学版), 2002, 15(4): 86-89.
- [11] 刘睿, 朱银兵, 张婷. 中国南海区域罗兰 C 单台链双曲线的 GDOP 研究[J]. 船电技术, 2011, 31(1): 30-33.
- [12] 张少泉. 有关地理纬度和地心纬度的换算问题[J]. 西北地震学报, 1985, 7(1): 39-43.
- [13] 任席闯, 崔洁, 刘冰. 长河二号导航系统通信潜能分析[J]. 舰船电子工程, 2018, 38(12): 45-47.
- [14] 王程峥, 李文魁, 高敬东, 等. 长河二号系统海上定位精度预测与实验研究[J]. 中国航海, 2012, 35(3): 23-26.