

引用格式: 李变, 屈俐俐, 陈永奇. 毫秒脉冲星计时噪声处理方法研究[J]. 时间频率学报, 2020, 43(4): 310-317.

毫秒脉冲星计时噪声处理方法研究

李变^{1,2}, 屈俐俐^{1,2}, 陈永奇^{1,2}

(1. 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600;
2. 中国科学院 时间频率基准重点实验室, 西安 710600)

摘要: 计时噪声对脉冲星钟模型参数的精确测定和计时精度有重要影响, 本文将 $\sigma_z(\tau)$ 方法与经验模态分解方法相结合, 用于毫秒脉冲星计时噪声的识别与提取, 并以具有代表性的两颗毫秒脉冲星 PSR J0437-4715 和 PSR J1939+2134 为例进行实验与分析。结果表明: 经验模态分解方法能够用于毫秒脉冲星计时噪声的白化, 对于计时噪声占主导的毫秒脉冲星, 经过白化后其计时残差精度有显著提高。

关键词: 毫秒脉冲星; 计时噪声; 经验模态分解

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2020-04-0310-08

Study on the timing noise analysis method of millisecond pulsar

LI Bian^{1,2}, QU Li-li^{1,2}, CHEN Yong-qi^{1,2}

(1. National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;

2. Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standards, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

Abstract: Timing noise has a significant influence on the precise measurement for clock model parameters and timing accuracy of the pulsar. In this paper a method combining the $\sigma_z(\tau)$ with the empirical mode decomposition is used to distinguish and extract timing noises of millisecond pulsars. PSR J0437-4715 and PSR J1939+2134, two typical millisecond pulsars, are taken as examples in the experiment and analysis. The results show that the empirical mode decomposition method can be used for whitening the timing noise of the millisecond pulsar. And for millisecond pulsars whose timing residuals are dominated by the timing noise, the timing residual precision is significantly improved after whitening.

Key words: millisecond pulsar; timing noise; empirical mode decomposition (EMD)

0 引言

自 1982 年 D. C. Backer 等人发现第一颗毫秒脉冲星 PSR B1937+21 以来, 便开始了毫秒脉冲星计时观测。因毫秒脉冲星自转周期非常稳定, 被誉为自然界中最稳定的时钟。长期的计时观测表明, 毫秒脉冲星自转周期的变化率很小, 文献[1]给出毫秒脉冲星 PSR B1855+09 和 PSR B1937+21 一年以上的频率

稳定度优于 10^{-14} ，这与现有守时用主流商品原子钟的稳定度水平相当。因此，通过对毫秒脉冲星计时观测数据进行分析处理，利用合适的算法就可以建立仅依赖于自然存在的天体的时间尺度——脉冲星时间尺度。该时间尺度的建立可以用于原子时或其他时间尺度长期性能的检测与验证，对于深空导航、定位及科学研究具有重大而深远的意义，这使得脉冲星计时阵观测项目成为目前多国科学家研究的热点。

脉冲星计时残差是脉冲预报到达时间与实际到达时间之差，如果用于预报的脉冲星钟模型非常准确，那么计时残差将主要受测量误差的影响。然而受转换误差、轨道伴星及自转不稳定等不确定因素的影响，计时残差中表现出难以模型化的不规则特性。计时噪声就是这种不规则性表现的主要类型之一，它由低频信号组成，是计时残差中不可预报的长期变化趋势。由于计时残差的统计量符合非平稳过程的定义，即波动性和均值具有趋向性，因此对于计时残差预测的关键是如何提取其时间序列中不同的时频特性，构建时间序列中的趋势和波动模型。计时残差的趋势由低频信号组成，是不可预报的长期变化趋势，波动则属于高频信号，其正态分布的特性符合时间序列平稳性的要求。

脉冲星钟模型是脉冲星自转相位与时间 t 关系的数学模型^[2]：

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \nu(t - t_0) + \frac{1}{2} \dot{\nu}(t - t_0)^2 + \dots, \quad (1)$$

式(1)中， $\varphi(t)$ 是脉冲星 t 时刻的自转相位， φ_0 是参考历元 t_0 时刻脉冲星的相位， ν 和 $\dot{\nu}$ 分别是脉冲星在参考历元时刻的自转频率和自转频率的一阶导数， t 和 t_0 是脉冲星在太阳系质心参考系 (SSB) 中的质心坐标时 (TCB)。毫秒脉冲星自转频率的二阶及其以上高阶导数非常小，可以忽略。一般情况下毫秒脉冲星自转模型只包括自转频率的一阶导数。

脉冲星钟模型参数是利用最小二乘法方法，对计时残差进行多次迭代拟合得到，如果是双星系统，脉冲预报到达 SSB 处的时间还应考虑双星系统的影响。

计时噪声产生的原因主要有脉冲星自身的自转不稳定、轨道伴星，以及转换误差、历表误差及引力波等^[3-4]。计时噪声对脉冲星钟模型参数的精确测定有重要影响，具体包括：计时噪声的线性项将影响脉冲星自转频率参数，二次项变化会被脉冲星自转频率一阶导数吸收，高阶项会影响脉冲星自转频率高阶导数参数，某种周期性变化也可能会影响天体测量参数的正确拟合。对脉冲星时间尺度建立来说，计时噪声不仅降低计时残差的精度，而且影响脉冲星时间尺度的准确度和稳定度。

目前，用于脉冲星计时噪声估计的方法主要有 Δ_8 模型^[5-7]、指数模型、 $\sigma_z(\tau)$ 估计及功率谱估计方法等。其中， Δ_8 模型对于自转频率二阶导数接近于 0 的毫秒脉冲星，无法进行测量，该模型仅适用于正常脉冲星的计时噪声估计。此外，该模型只能估计 10^8 s 时间尺度上的计时噪声，具有明显的局限性。指数模型是 2010 年 M. Ryan 等人提出的，能够用于毫秒脉冲星计时噪声的估计^[8]，该模型基于大样本的脉冲星长期计时资料统计分析得到。针对毫秒脉冲星频率的变化率（频率漂移）不可忽略的特点，J. H. Taylor 和 D. N. Matsakis 提出基于计时残差三次差分的 $\sigma_z(\tau)$ 估计方法。与一般的统计方法相比， $\sigma_z(\tau)$ 方法对低频噪声（红噪声）更灵敏，更适用于脉冲星时间稳定度分析的研究。功率谱估计是另一种噪声分析方法，该方法采用幂律模型描述红噪声，得到幂律模型参数之后，可以进一步估计计时残差的协方差矩阵，进而用 Cholesky 变换的最小二乘法拟合脉冲星计时模型参数，以避免红噪声对计时参数拟合的影响^[9]。

经验模态分解 (EMD) 方法就是从复杂信号分离出本征模态分量 (IMF) 的筛选过程，从信号处理角度来讲，EMD 是一个不断从高频到低频的滤波过程，体现了多分辨分析的特性^[10-12]。对于均值具有趋向性的非线性、非平稳信号的趋势项的提取，EMD 方法是非常适合的。脉冲星计时噪声是均值具有趋向性的非平稳信号，本文将 EMD 方法用于毫秒脉冲星计时噪声的提取和白化处理。

1 计时噪声的稳定性评估

脉冲星稳定性可以采用功率谱密度函数表征, 这种表征方式依赖数据段内的所有谱分量信息。但脉冲星数据采样的不规则性和低频噪声过程使得功率谱的确定很难, D. N. Matsakis 等人在 Allan 方差的基础上, 提出脉冲星稳定性在时域表征的 $\sigma_z(\tau)$ 估计方法^[13-14]。 $\sigma_z(\tau)$ 方法对低频红噪声更灵敏, 可以用于红噪声的识别, 进而为红噪声的提取与处理提供依据。

1.1 $\sigma_z(\tau)$ 估计方法

$\sigma_z(\tau)$ 与原子钟稳定性估计的 Allan 方差类似, 该方法脉冲星计时资料的特点, 利用 τ 间隔上计时残差的三次多项式拟合系数的加权均方根值定义 $\sigma_z(\tau)$:

$$\sigma_z(\tau) = \frac{\tau^2}{2\sqrt{5}} \langle c^2 \rangle^{1/2}, \quad (2)$$

式 (2) 中, τ 为采样间隔, c 为 τ 间隔上多项式拟合的三次项系数。

根据式 (2), $\sigma_z(\tau)$ 利用采样间隔 τ 上的所有观测值拟合的三次多项式得到, 因此, $\sigma_z(\tau)$ 能够区分相位白噪声和偏蓝的相位噪声, 更适应于红噪声的探测。

假设计时残差的功率谱密度函数为 $S_x(f)$, 那么

$$S_x(f) \propto f^{\alpha-2}, \quad (3)$$

式 (3) 中, f 是分析频率, 即傅里叶频率; α 是幂指数。

$\sigma_z(\tau)$ 估计方法是频域功率谱分析方法在时域内的补充, 也具有噪声幂律模型:

$$\sigma_z(\tau) \propto \tau^\beta. \quad (4)$$

幂指数 α 和 β 满足以下关系:

$$\beta = \begin{cases} -(\alpha+1)/2 & \alpha < 3 \\ -4 & \text{其他} \end{cases}. \quad (5)$$

传统的傅里叶分析方法因为谱泄露对 $|\alpha| > 2$ 的功率谱发散, 而 $\sigma_z(\tau)$ 方法可以分析低频端较陡的功率谱, 因此, $\sigma_z(\tau)$ 是分析计时噪声的理想方法。

1.2 计时噪声表现形式及 $\sigma_z(\tau)$ 分析

以毫秒脉冲星 PSR J0437-4715 和 PSR J1939+2134 为例进行实验分析, 数据采用澳大利亚 Parkes 计时阵 (PTA) 4 年多的计时观测资料。计时残差由 Tempo2 软件得到, 与早期软件相比, 该软件具有更完善、更精确的计时模型, 并且增加了大气延迟改正、由行星引起的 Shapiro 延迟改正、计时噪声白化以及同时拟合多颗脉冲星计时残差等功能。图 1 和图 2 是 PSR J0437-4715 和 PSR J1939+2134 的计时观测数据经过 Tempo2 软件处理后得到计时残差。为了分析计时残差的分布情况, 给出了这两颗脉冲星的计时残差柱形分布图, 具体如图 3 和图 4 所示。

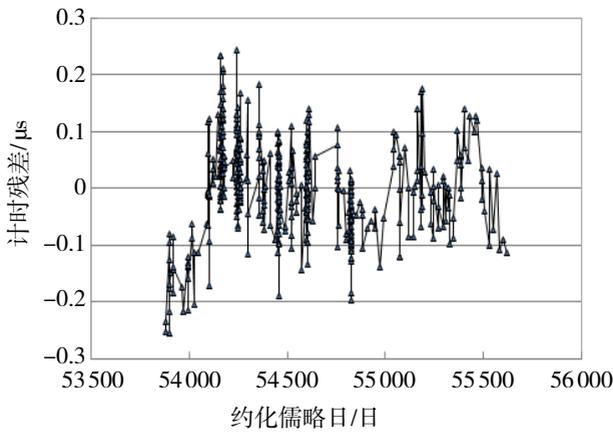


图1 PSR J0437-4715 的计时残差 (RMS=0.109 μs)

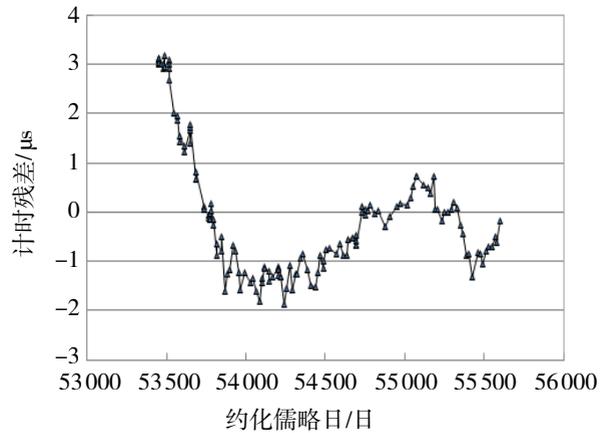


图2 PSR J1939+2134 的计时残差 (RMS=1.399 μs)

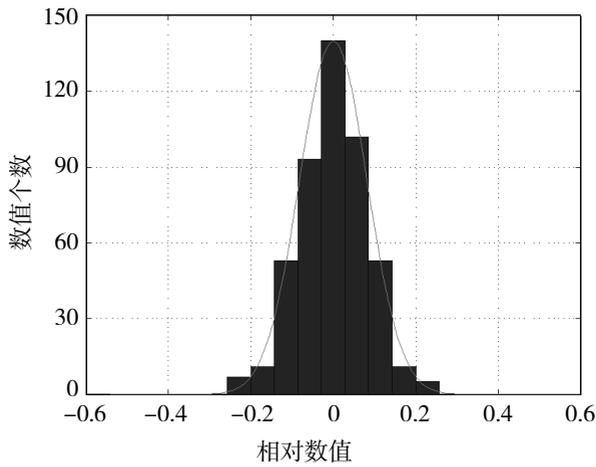


图3 PSR J0437-4715 的计时残差分布图

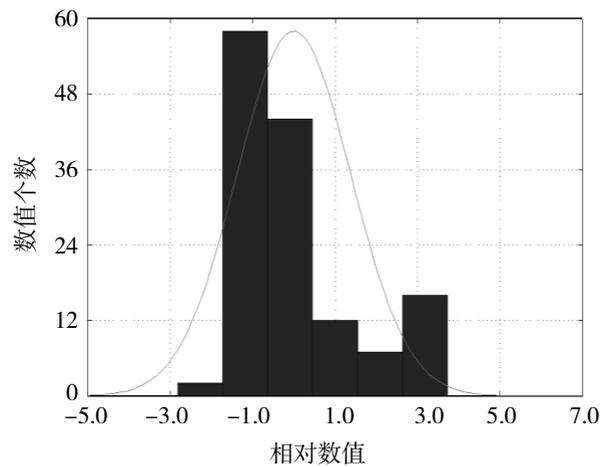


图4 PSR J1939+2134 的计时残差分布图

图3中 PSR J0437-4715 的计时残差基本呈正态分布,表明这颗毫秒脉冲星的计时噪声不是很明显,主要受测量噪声的影响,其计时残差在 $(-0.3 \sim +0.3 \mu\text{s})$ 波动,精度为 $0.109 \mu\text{s}$ 。而图4中 PSR J1939+2134 计时残差的分布,表现出明显的不规则特性,即该毫秒脉冲星的计时残差由计时噪声主导,波动范围 $(-2 \sim +4 \mu\text{s})$,精度为 $1.399 \mu\text{s}$ 。图5和图6是采用稳定度在时域表征的 $\sigma_z(\tau)$ 方法,分析 PSR J0437-4715 和 PSR J1939+2134 的计时噪声。

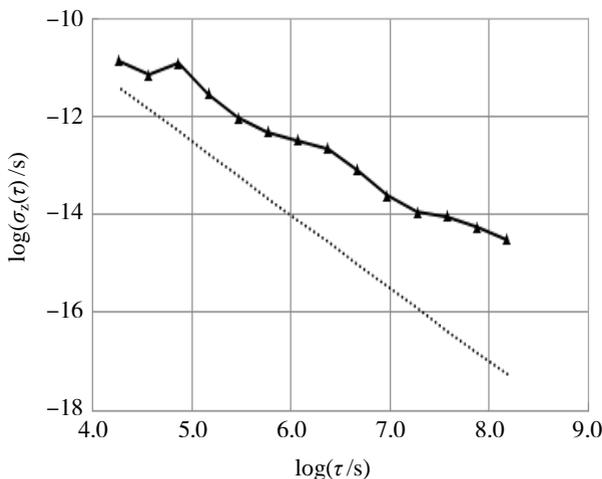


图5 PSR J0437-4715 的稳定度

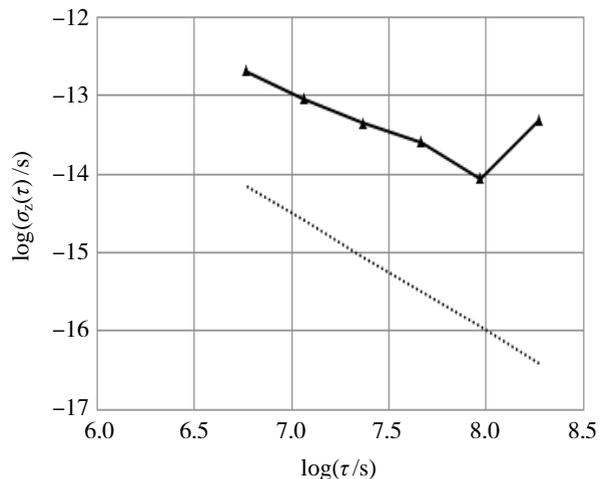


图6 PSR J1939+2134 稳定度

图 5 和图 6 中, 虚线是谱指数 $\alpha = 2$ ($\beta = -3/2$) 时的 $\log(\sigma_z(\tau)) - \log(\tau)$ 曲线。由图 5 可知: 当采样间隔 $\tau > 1.2$ a 时, PSR J0437-4715 的稳定度曲线与虚线稍有偏离, 表明该毫秒脉冲星受计时噪声的影响较小, 主要表现为测量噪声。由图 6 可知: 当采样间隔 $\tau > 2.9$ a 时, PSR J1939+2134 的稳定度曲线明显偏离用虚线表示的谱指数 $\alpha = 2$ ($\beta = -3/2$) 时的 $\log(\sigma_z(\tau)) - \log(\tau)$ 曲线, 因此, PSR J1939+2134 的计时残差中计时噪声占主导地位。这两颗毫秒脉冲星计时噪声的表现是目前计时噪声的两种主要形式: 计时残差中计时噪声较小, 测量噪声占主导; 计时残差中由计时噪声占主导。

2 计时噪声处理方法

观测数据不均匀、数据量少是毫秒脉冲星计时观测的特点, 而且一部分毫秒脉冲星中含有显著的计时噪声。为了提高计时残差精度, 进而充分利用脉冲星计时观测资源, 有必要研究计时噪声的处理方法。针对计时噪声的特点, 将 EMD 方法用于毫秒脉冲星计时噪声的白化处理^[15]。

2.1 经验模态分解方法

EMD 是一种能够用于非线性、非平稳信号处理的, 新的时间序列信号分析方法。从本质上讲, 该方法是对信号进行平稳化处理的过程。复杂信号通过 EMD 方法可以被分解成一系列本征模态函数(IMF)的单分量信号。

经验模态分解方法假设信号由不同的 IMF 组成, 这些 IMF 可能是线性的, 也可能是非线性的。但是每个 IMF 分量都必须满足两个条件: ① 极值点个数和过零点数相同或最多相差一个; ② 任意时刻由极大值点定义的上包络线和由极小指点定义的下包络线的均值为零, 也就是说, 信号的上下包络线关于时间轴对称。

EMD 就是从复杂信号中分离出一系列 IMF 的筛选过程。对于给定信号 $s(t)$, EMD 首先找到所有的极大值和极小值, 然后通过三次样条函数拟合信号的上包络线和下包络线, 并计算上、下包络线的均值 $m_1(t)$ 。那么给定信号 $s(t)$ 的第一个成分为

$$h_1(t) = s(t) - m_1(t)。$$
 (6)

根据 IMF 的定义判断 $h_1(t)$ 是否为本征模态函数, 如果不是, 则将其作为原始信号, 重复上述处理过程 k 次, 直到 $h_k(t)$ 符合 IMF 定义的要求, 这样就得到第 1 个 IMF 分量 $c_1(t)$, 它代表信号 $s(t)$ 中的最高频率分量:

$$\begin{cases} h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t) = h_{1k}(t) \\ c_1(t) = h_{1k}(t) \end{cases}。$$
 (7)

从 $s(t)$ 中将 $c_1(t)$ 分离出来, 就得到一个去掉高频分量的差值信号 $r_1(t)$:

$$r_1(t) = s(t) - c_1(t)。$$
 (8)

将 $r_1(t)$ 替代原始信号, 重复以上过程, 可得到第二个 IMF 分量 $c_2(t)$, 循环 n 次, 得到 n 个 IMF 分量, 即:

$$\begin{cases} r_1(t) - c_2(t) = r_2(t) \\ \vdots \\ r_{n-1}(t) - c_n(t) = r_n(t) \end{cases}。$$
 (9)

当 $c_n(t)$ 或 $r_n(t)$ 满足终止条件（通常 $r_n(t)$ 为单调函数）时，循环结束。根据式（8）和式（9）可得：

$$s(t) = \sum_{j=1}^n c_j(t) + r_n(t) \quad (10)$$

式（10）中， $r_n(t)$ 为残余函数，表示信号的平均趋势。各 IMF 分量 $c_1(t)$ ， $c_2(t)$ ， \dots ， $c_n(t)$ 分别包含了信号中由小到大的不同特征时间尺度的成分，相应地，各分量包含的是从高频到低频不同频率段的成分，每个频率段所包含的频率成分各不相同，且随信号本身的变化而变化。

2.2 数据分析

毫秒脉冲星的计时噪声主要分为第 1.2 节中的两种，然而，无论哪种计时噪声，它们均表现为均值具有趋向性的非线性非平稳信号。信号趋势项是信号中具有缓慢变化的，周期大于采样长度的成分。一般情况下，信号经过 EMD 得到的余项 $r_n(t)$ 就是信号的趋势项。但在信号的实际处理中，趋势项和余项的概念完全不同。前者是控制信号变化趋势的低频成分，具有变化缓慢的特点；后者是信号 EMD 分解中的残余量，或者表现为单调性变化，或者不包含任何模态信息，一般包含在趋势项当中。因此，利用 EMD 提取信号的趋势项，应根据不同的情况对趋势项进行定义，可以将趋势项定义为 EMD 结果中所有小于指定频率的 IMF 分量及余项之和。

经过 EMD 分解，PSR J0437-4715 被分解为 7 个 IMF 分量 $c_1(t) \sim c_7(t)$ 和 1 个残余项 $r_8(t)$ ，通过分析信号的特点，其趋势项采用 IMF 分量 $c_6(t) \sim c_7(t)$ 与余项之和 $r_8(t)$ 。PSR J1939+2134 的分解结果为 4 个 IMF 分量 $c_1(t) \sim c_4(t)$ 和残余项 $r_5(t)$ ，趋势项为 IMF 分量 $c_3(t) \sim c_4(t)$ 与余项 $r_5(t)$ 之和。图 7 和图 8 是采用 EMD 方法分别提取 PSR J0437-4715 和 PSR J1939+2134 计时噪声后，得到的白化后的计时残差。

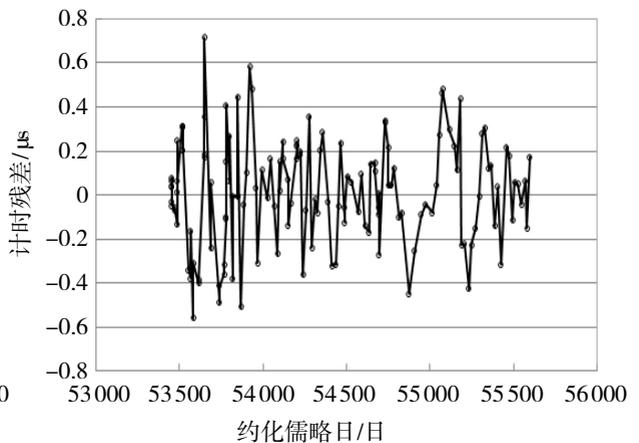
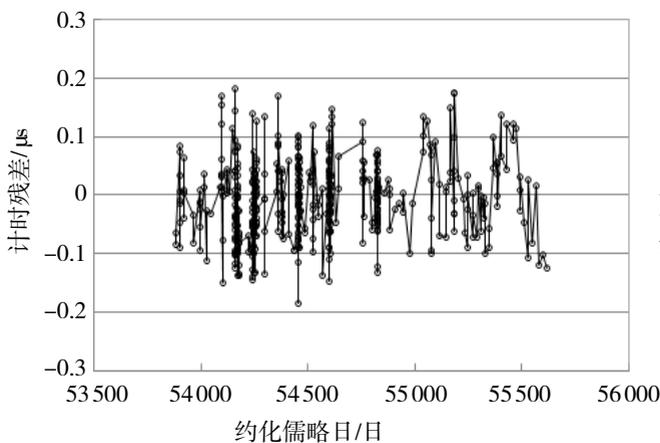


图 7 PSR J0437-4715 白化后的计时残差 (RMS = 0.075 μs) 图 8 PSR J1939+2134 白化后的计时残差 (RMS = 0.256 μs)

如图 7 所示，PSR J0437-4715 白化后计时残差精度由 0.109 μs 提高到 0.075 μs ，波动范围也略有改善，这是由于 PSR J0437-4715 的计时噪声较小，主要受测量噪声影响。图 9 是该毫秒脉冲星白化后的计时残差分布图。图 8 中 PSR J1939+2134 白化后计时残差的波动范围和精度均有明显改善，波动范围为 $(-0.8 \sim +0.8 \mu\text{s})$ ，精度从 1.399 μs 提高到 0.256 μs ，其白化后的分布也基本符合正态分布，具体如图 10 所示。

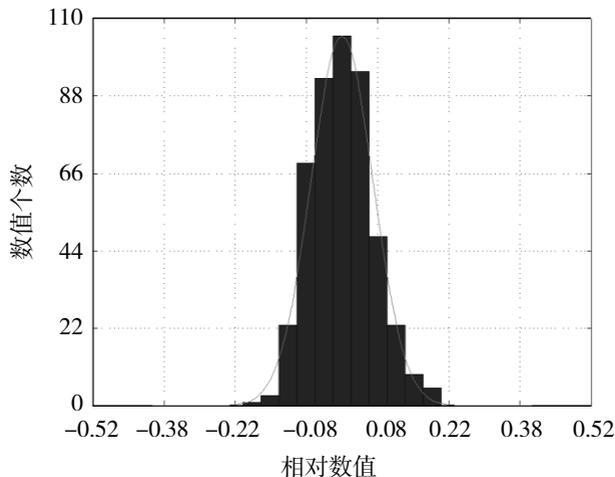


图 9 PSR J0437-4715 白化后的计时残差分布

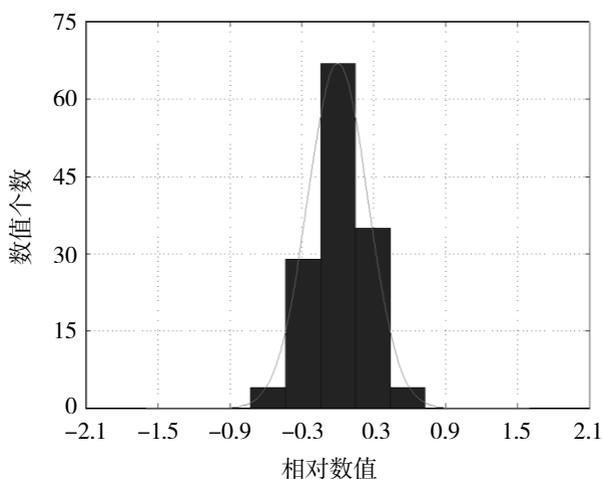


图 10 PSR J1939+2134 白化后的计时残差分布

图 11 和图 12 分别是 PSR J0437-4715 和 PSR J1939+2134 计时残差白化后的 $\sigma_z(\tau)$ 曲线, 图中虚线是谱指数 $\alpha=2$ ($\beta=-3/2$) 时的 $\log(\sigma_z(\tau))-\log(\tau)$ 曲线。经过白化后的 PSR J0437-4715 和 PSR J1939+2134 计时残差消除了计时噪声的影响, 特别是计时噪声占主导的 PSR J1939+2134 计时残差的白化, 大大提高了计时残差的稳定度。

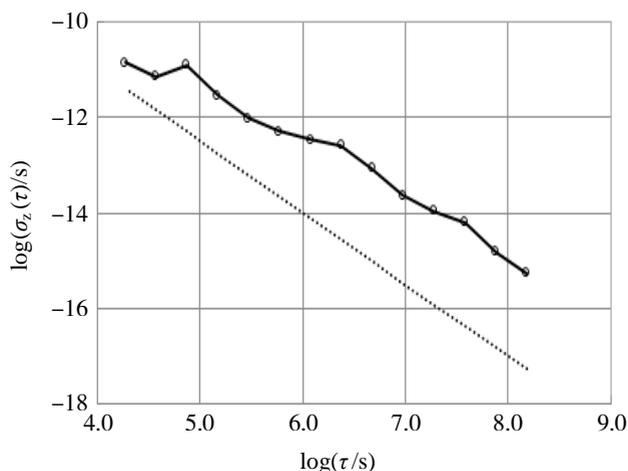


图 11 PSR J0437-4715 计时残差白化后的稳定度

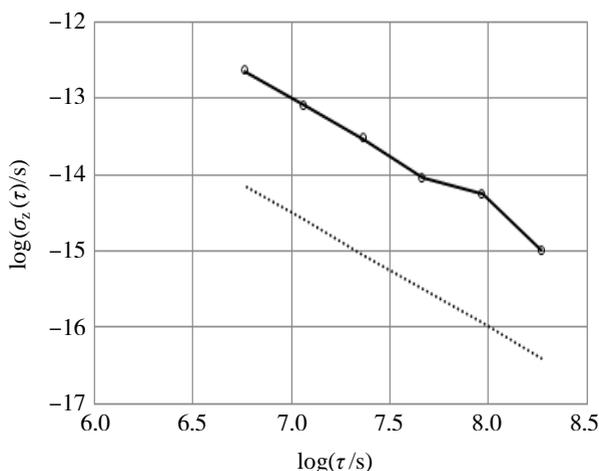


图 12 PSR J1939+2134 计时残差白化后的稳定度

3 结论

受轨道运动的扰动、星际介质色散量的变化、星际闪烁效应、太阳系行星历表的误差、地球无线电干扰及钟的误差等外部因素和脉冲星本身自转不稳定性的影响, 脉冲星计时结果中会出现一些无法用模型拟合的、非白色噪声谱的计时噪声, 并且对不同的脉冲星, 该噪声具有不同的表现形式。计时噪声由低频信号组成, 是计时残差中不可预报的长期变化趋势。

趋势项是信号中缓慢变化的、控制信号变化趋势的低频成份。EMD 方法根据特征时间尺度对信号进行分解, 得到从高频到低频的一系列信号分量, 适用于均值具有趋向性的非平稳信号趋势项的提取。本文以 PSR J0437-4715 和 PSR J1939+2134 两颗具有代表性的毫秒脉冲星为例, 研究了基于 EMD 的脉冲星计时噪声提取方法, 结果表明: 该方法能够用于脉冲星计时噪声的白化, 对计时噪声占主导的毫秒脉冲星, 基于 EMD 方法白化后的计时残差精度有明显提高, 而且具有方便高效、完全自适应的特点。

毫秒脉冲星计时观测数据不均匀、数据量少、计时精度相差悬殊,本文提出的计时噪声处理方法首先提高了可利用的毫秒脉冲星的数量,使可用观测数据增加;其次,大幅提高计时噪声占主导的毫秒脉冲星计时残差精度,并对计时噪声不明显的毫秒脉冲星的计时残差精度也有一定提高。

参考文献:

- [1] KASPI V M, TAYLOR J H, RYBA M F. High-precision timing of millisecond pulsars III: long term monitoring of PSRs B1855+09 and B1937+21[J]. *The Astrophysical Journal*, 1994(428): 713-728.
- [2] BACKER D C, HELTINGS R W. Pulsar timing and general relativity[J]. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 1986(24): 537-575.
- [3] LENTATI L, SHANNON R M, COLES W A, et al. From spin noise to systematics: stochastic processes in the first international pulsar timing array data release[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, 458(2): 2161-2187.
- [4] HOBBS G, LYNE A, KRAMER M. Pulsar timing noise[J]. *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics*, 2006, 6(52): 169-175.
- [5] URAMA J, LINK B, WEISBERG J M. A strong correlation in radio pulsar with implications for torque variations[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2006, 370(1): 76-79.
- [6] ARZOUMANIAN Z, NICE D J, TAYLOR J H, et al. Timing behavior of 96 radio pulsars[J]. *The Astrophysical Journal*, 1994, 422(2): 671-680.
- [7] 杨廷高, 童明雷, 高玉平. 毫秒脉冲星计时噪声估计[J]. *时间频率学报*, 2014, 37(2): 80-88.
- [8] SHANNON R M, CORDES J M. Assessing the role of spin noise in the precision timing of millisecond pulsars[J]. *The Astrophysical Journal*, 2010, 725(2): 1607-1619.
- [9] REARDON D J, HOBBS G, COLES W, et al. Timing analysis for 20 millisecond pulsars in the parkes pulsar timing array[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, 455(2): 1751-1769.
- [10] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995.
- [11] HUANG N E, SHIN H, LONG S R. The ages of large amplitude coastal seiches on the caribbean coast of Puerto Rico[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2000, 30(8): 2001-2012.
- [12] HUANG N E, SHEN S S P. 希尔伯特黄变换及其应用[M]. 张海勇, 韩东, 王芳, 等, 译. 2版. 北京: 国防工业出版社, 2017.
- [13] MATSAKIS D N, TAYLOR J H, EUBANKS T M. A statistic for describing pulsar and clock stabilities[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1997(326): 924-928.
- [14] 丁永恒, 童明雷, 赵成仕. 影响脉冲星时稳定度的因素分析[J]. *时间频率学报*, 2017, 40(4): 260-267.
- [15] 高峰, 高玉平, 童明雷, 等. 经验模态分解方法在脉冲星计时残差分析及预报中的应用[J]. *天文学报*, 2018, 59(4): 3-13.