

引用格式: 王善和, 华宇, 高媛媛, 等. 一种基于稀疏信号的时差频差联合估计方法研究[J]. 时间频率学报, 2021, 44(1): 1-9.

# 一种基于稀疏信号的时差频差联合估计方法研究

王善和<sup>1,2</sup>, 华宇<sup>1</sup>, 高媛媛<sup>1</sup>, 向渝<sup>1</sup>, 黄长江<sup>1</sup>, 赵弦<sup>1</sup>, 薛伟成<sup>2</sup>

(1. 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 基于非合作信号的时差频差估计是无源探测中的关键技术之一。对于给定信号, 为提高时差估计精度, 可通过提高采样率或增加采样时长来实现, 但是增加了数据存储和传输的成本。因此, 针对在频域上稀疏的信号, 结合相关函数的性质, 本文通过理论分析与推导, 给出了一种时差频差联合估计方法。数据仿真结果表明该方法与传统的互模糊函数法相比, 在相同的时差频差估计精度下, 能显著地压缩原始数据的存储容量, 减少数据存储和传输的压力。

**关键词:** 时差频差联合估计; 稀疏信号; 无源探测

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2021-01-0001-09

## A joint estimation method of time difference and frequency difference based on sparse signal

WANG Shan-he<sup>1,2</sup>, HUA Yu<sup>1</sup>, GAO Yuan-yuan<sup>1</sup>, XIANG Yu<sup>1</sup>,

HUANG Chang-jiang<sup>1</sup>, ZHAO Xian<sup>1</sup>, XUE Wei-cheng<sup>2</sup>

(1. National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Joint estimation of time difference and frequency difference based on non-cooperative signals is one of the key technologies for passive detection. For a given signal, in order to improve the accuracy of time difference estimation, it can be achieved by improving the sampling rate or increasing the sampling time, but it will increase the cost of data storage and transmission. Therefore, for the signal sparse in the frequency domain, combined with the properties of the correlation function, this study proposed a joint estimation method of time difference and frequency difference through the theoretical analysis and derivation. Data simulation results shown that compared with the traditional cross-ambiguity function under the same accuracy of time difference and frequency difference estimation, this method can compress the storage capacity of original data significantly, thus reduces the pressure of data storage and transmission.

**Key words:** joint estimation of time difference and frequency difference; sparse signal; passive detection

## 0 引言

无源定位已经成为电子对抗最重要的技术之一, 该技术自身不发射信号, 不容易受到干扰和攻击, 因此具有较好的隐蔽性和战场生存力<sup>[1]</sup>。无源定位中常用的测量基础是辐射源方位测量和时差测量, 而对于目标辐射的非合作信号到达两个接收站的时差可以采用互相关函数进行估计, 如广义互相关法<sup>[2-3]</sup>、自适应滤波算法<sup>[4]</sup>、互功率谱相位算法<sup>[5]</sup>、小波变换法<sup>[6]</sup>等。若要提高探测精度, 上述方法都需要大量的观测数据以提高相关增益, 给数据保存和传输方面带来了压力。

为突破采样数据不断增加的瓶颈, 国外一些学者开展了基于压缩感知 (compressed sensing)<sup>[7-8]</sup>的时差估计, 如 2010 年 K. Gedalyahu 采用压缩感知思想提出低采样率的时延估计方法<sup>[9]</sup>, 2013 年 K. Fyhn 提出的用内点法进行压缩感知时延估计<sup>[10]</sup>, 2017 年 Yujie Gu 提出的压缩感知核优化方法时延估计及克拉美罗边界估计方法<sup>[11]</sup>, 这些理论与方法都是根据信号在某种变化下具有稀疏性的特点, 对被采样信号以远低于奈奎斯特采样定理的要求对信号进行压缩采样, 且可保证一定的时差估计精度, 但这些方法都是针对体制已知的信号在研究, 尤其是雷达发射的脉冲信号。

本文融合压缩感知技术在无源探测方面的应用, 开展对信号体制未知的卫星辐射信号进行研究, 提出基于稀疏信号的时差频差联合估计方法 (简称为稀疏估计法), 通过将观测数据进行稀疏化处理, 一方面能够解决混频和采样时频率与相位不一致导致的时差频差估计精度低的问题, 另一方面可以去除部分噪声, 提高时差频差估计精度, 同时也便于下一步的数据压缩与传输, 减少无源授时与定位系统对数据链的要求<sup>[12]</sup>。

## 1 时差频差联合估计方法

### 1.1 稀疏信号

稀疏信号是指信号中非零元素非常少, 大多数元素为零, 或者近似为零。通常情况下的信号并不是稀疏信号, 但是经过某种变换后可能成为稀疏信号, 比如简单的正弦波组合采样信号

$$s(t_i) = A_1 \sin 2\pi f_1 t_i + A_2 \sin 2\pi f_2 t_i \quad (1)$$

式 (1) 中,  $A_1$ ,  $A_2$  分别是频率为  $f_1$ ,  $f_2$  的信号幅度,  $t_i$  是某一段时间内的离散时间点。在时域上看, 该离散信号近似为零的项很少, 不具有稀疏性, 但是进行离散傅里叶变换后, 其频域上绝大部分系数为零, 较大的非零系数理论上仅有两个, 因此  $s(t_i)$  在频域上是稀疏信号。

卫星辐射信号为人造信号, 经傅里叶变换或小波变换后, 大部分信号都具有稀疏性, 因此本文开展基于稀疏信号的时差频差联合估计方法研究。在给出该方法之前, 先简要介绍一种常用的时差频差联合估计方法: 互模糊函数法。

### 1.2 互模糊函数法

假设  $s(t)$  为 GEO 卫星辐射源所辐射的信号包络,  $f_0$  是辐射信号的中心频点。坐标固定的两地面站 (分别记为 1#站和 2#站) 同时接收该信号, 由于两站与卫星之间的距离差变化非常小, 因此产生的多普勒频偏可以忽略不记, 再假设两地面站之间的相对时差在观测区间上是恒定不变的, 那么两地面站接收到的信号模型可表示为

$$\begin{cases} x_1(t) = a_1 s(t - \tau_1) \cos(2\pi f_0(t - \tau_1)) + n_1(t) \\ x_2(t) = a_2 s(t - \tau_2) \cos(2\pi f_0(t - \tau_2)) + n_2(t) \end{cases} \quad (2)$$

式 (2) 中,  $a_1$ ,  $a_2$  分别表征信号传播路径中所经历的幅度衰减。  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  表示信号由发射至接收的时间

延迟,  $n_1(t)$ ,  $n_2(t)$  为与信号一起被接收的加性噪声,  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  分别表示两地面站接收的信号,  $t \in [0, T]$  表示观测区间。

为了简化信号模型, 以 1#站所接收的信号  $x_1(t)$  为参考, 并记  $\omega_0 = 2\pi f_0$ , 则有:

$$\begin{cases} x_1(t) = s(t) \cos(\omega_0 t) + n_1(t) \\ x_2(t) = a s(t - D) \cos(\omega_0(t - D)) + n_2(t) \end{cases} \quad (3)$$

式 (3) 中,  $a = a_2/a_1$  为传播系数间的比值,  $D = \tau_2 - \tau_1$  为信号间的到达时间差。

在信号接收过程中, 一般先经过混频与滤波处理, 将信号频率从射频变频为中频信号, 比如为 70 MHz, 再进行采样。由于两接收站本振信号的频率和相位存在一定的差异, 一方面导致在下变频处理过程中引入频率和相位的偏差, 影响时差估计精度; 另一方面, 本振信号的不同将导致采样率的不同, 使得两接收信号的频谱不一致, 进一步影响时差估计精度。

假设两接收站对各自接收的信号进行混频的角频率分别为  $\omega_1$  和  $\omega_2$ , 相位分别是  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$ , 那么混频后信号为

$$\begin{cases} x_1(t) = s(t) \cos(\omega_0 t) e^{j(\omega_1 t + \varphi_1)} + n_1(t) \\ x_2(t) = a s(t - D) \cos(\omega_0(t - D)) e^{j(\omega_2 t + \varphi_2)} + n_2(t) \end{cases} \quad (4)$$

滤除高频项, 得到

$$\begin{cases} x_1(t) = \frac{1}{2} s(t) e^{j(\omega_1 - \omega_0)t} e^{j\varphi_1} + n_1(t) \\ x_2(t) = \frac{a}{2} s(t - D) e^{j(\omega_2 - \omega_0)t} e^{j\varphi_2} e^{j\omega_0 D} + n_2(t) \end{cases} \quad (5)$$

定义信号  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  的互模糊函数为<sup>[12]</sup>

$$\gamma_{x_1 x_2}(\tau, \omega) = \int_0^T x_1(t) x_2^*(t + \tau) e^{j\omega t} dt \quad (6)$$

将式 (5) 代入式 (6) 得

$$\gamma_{x_1 x_2}(\tau, \omega) = \frac{a}{4} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} e^{j(\omega_2 - \omega_0)(D - \tau)} e^{-j\omega_2 D} \cdot \int_0^T s(t) s^*(t + \tau - D) e^{j(\omega - (\omega_2 - \omega_1))t} dt \quad (7)$$

利用柯西—施瓦茨 (Cauchy Schwarz) 不等式<sup>[13]</sup>有

$$\begin{aligned} |\gamma_{x_1 x_2}(\tau, \omega)| &= \frac{a}{4} \left| \int_0^T s(t) s^*(t + \tau - D) e^{j(\omega - (\omega_2 - \omega_1))t} dt \right| \leq \frac{a}{4} \left| \int_0^T s(t) s^*(t + \tau - D) dt \right| \leq \\ & \frac{a}{4} \sqrt{\int_0^T |s(t)|^2 dt} \cdot \sqrt{\int_0^T |s(t + \tau - D)|^2 dt} = \frac{a}{4} \int_0^T |s(t)|^2 dt \end{aligned} \quad (8)$$

因此, 在  $\tau = D$  和  $\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi \Delta f$  时,  $|\gamma_{x_1 x_2}(\tau, \omega)|$  取最大值, 即时差和频差的估计方法为

$$(\hat{\tau}, \hat{\Delta f}) = \arg \left\{ \max_{\tau, \Delta f} \left[ |\gamma_{x_1 x_2}(\tau, 2\pi \Delta f)| \right] \right\} \quad (9)$$

### 1.3 基于稀疏信号的时差频差联合估计方法

式 (5) 经傅里叶变换, 得

$$\begin{cases} X_1(\omega) = \frac{1}{2} S(\omega - (\omega_1 - \omega_0)) e^{j\varphi_1} + N_1(\omega) \\ X_2(\omega) = \frac{a}{2} S(\omega - (\omega_2 - \omega_0)) e^{-j\omega_0 D} e^{j\varphi_2} e^{j\omega_0 D} + N_2(\omega) \end{cases} \quad (10)$$

由于离散化的  $S(\omega)$  是稀疏信号, 经平移、与常数或数列相乘后仍具有稀疏性, 当噪声功率相对较

小时, 离散化的  $X_1(\omega)$ ,  $X_2(\omega)$  是稀疏信号。若经过阈值去噪方法, 将  $X_1(\omega)$ ,  $X_2(\omega)$  中较小的分量赋值为零, 能够进一步提高其稀疏性, 并且有一定的去噪效果。

假设 1# 站对信号的采样率是  $f_{s1}$ , 2# 站对信号的采样率是  $f_{s2}$ , 若采样率是由本振频率信号分频或倍频产生, 记

$$\sigma_0 = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{f_{s2}}{f_{s1}} \quad (11)$$

不同的采样率对同一个信号采样, 导致的是两组采样数据在频域上有一定的伸缩关系。若以 2# 站的采样频率为参考, 那么从时域上看, 1# 站的采样数据对应的辐射信号相对于 2# 站观察到的辐射信号伸缩了  $1/\sigma_0$  倍, 因此, 式 (10) 可写为

$$\begin{cases} X_1(\omega) = \frac{\sigma_0}{2} S(\sigma_0\omega - (\omega_2 - \omega_0) + \omega_2(1 - \frac{1}{\sigma_0}))e^{j\varphi_1} + \sigma_0 N_1(\sigma_0\omega) \\ X_2(\omega) = \frac{a}{2} S(\omega - (\omega_2 - \omega_0))e^{-j\omega D} e^{j\varphi_2} e^{j\omega_2 D} + N_2(\omega) \end{cases} \quad (12)$$

记  $X_1(\sigma, \omega) = \frac{1}{\sigma} X_1(\frac{1}{\sigma}\omega - \omega_2(1 - \frac{1}{\sigma}))$ , 则  $X_1(\sigma, \omega)$  表示将  $X_1(\omega)$  右移  $\omega_2(1 - 1/\sigma)$  之后, 再将  $X_1(\omega)$  伸缩  $1/\sigma$  倍, 即角频率  $\omega$  伸缩  $1/\sigma$  倍, 然后将  $X_1(\omega)$  的幅值缩放  $1/\sigma$  倍。若  $\sigma$  取值为  $\sigma_0$ , 那么有

$$X_1(\sigma_0, \omega) = \frac{1}{2} S(\omega - (\omega_2 - \omega_0))e^{j\varphi_1} + N_1(\omega) \quad (13)$$

假设噪声为互不相关的零均值白噪声, 信号与噪声相互独立, 根据相关函数的性质, 两个信号的相关函数和它们傅里叶变换的乘积互为傅里叶变换, 结合式 (9) 有

$$|R_{x_1 x_2}^\sigma(\tau)| = |\text{IFFT}[X_1(\sigma, \omega)X_2^*(\omega)]| \leq |R_{x_1 x_2}^{\sigma_0}(D)| \quad (14)$$

即时差和  $\sigma$  的估计方法为

$$(\hat{\tau}, \hat{\sigma}) = \arg \left\{ \max_{\tau, \sigma} \left[ |R_{x_1 x_2}^\sigma(\tau)| \right] \right\} \quad (15)$$

因此, 对于地面站采集到的信号, 通过傅里叶变换后, 将幅值较小的分量赋值为零, 可转为稀疏信号  $X_i(\omega)$  ( $i=1, 2$ )。通过式 (14) 可得到时差相关值  $|R_{x_1 x_2}^\sigma(\tau)|$ 。类似于互模糊函数, 若  $|R_{x_1 x_2}^\sigma(\tau)|$  在  $(\hat{\sigma}, \hat{\tau})$  处取最大值, 那么  $\hat{\sigma}$  为 2# 站和 1# 站的本振频率比值的估计值, 而  $\hat{\tau}$  是 1# 站和 2# 站的时差估计值。

#### 1.4 时差频差联合估计流程

基于稀疏信号的时差频差联合估计流程如图 1 所示。

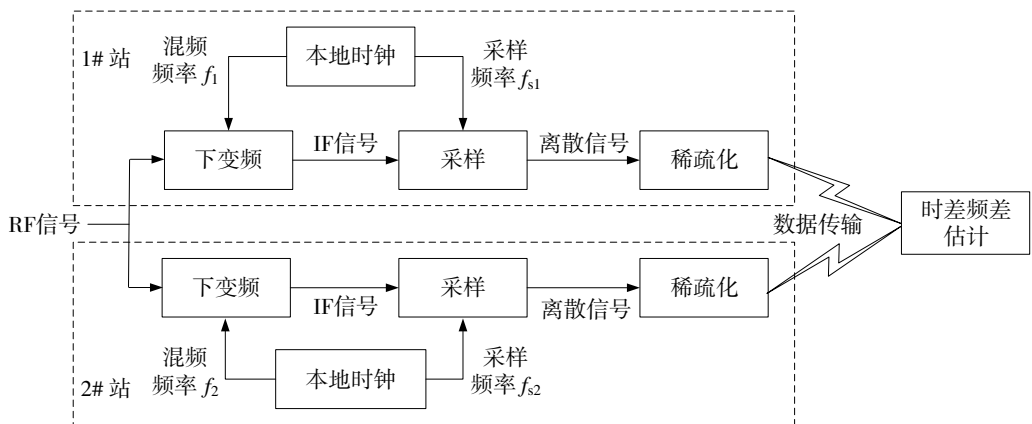


图 1 基于稀疏信号的时差频差联合估计流程图

结合图 1，基于稀疏信号的时差频差联合估计的流程为：

- ① 1# 站和 2# 站同时接收同一 RF 信号，与本地时钟的频率信号混频，下变频至 IF 信号；
- ② 两站通过本地时钟产生的采样频率对 IF 信号进行采样，得到离散信号；
- ③ 对离散信号进行 FFT 变换，仅保留大的分量，对信号进行稀疏化，并传输至同一地点；
- ④ 对某一范围内  $\sigma$  值，按照式 (14) 计算时差相关值  $|R_{x_1 x_2}^\sigma(\tau)|$ ；
- ⑤ 拟合  $|R_{x_1 x_2}^\sigma(\tau)|$  的最大值，其对应的坐标  $(\hat{\sigma}, \hat{\tau})$  分别为 2# 站和 1# 站的本振频率比值和 1# 站和 2# 站的时差估计值，根据式 (11) 可以计算两站的频差。

其中， $(\hat{\sigma}, \hat{\tau})$  的估计方法为：

- ① 对所有的  $\sigma_i$  值，计算不同时差  $\tau$  下的  $|R_{x_1 x_2}^{\sigma_i}(\tau)|$ ，采用二次拟合方法，得到  $|R_{x_1 x_2}^{\sigma_i}(\tau)|$  取最大值  $\max(|R_{x_1 x_2}^{\sigma_i}(\tau)|)$ ；
- ② 对所有的  $(\sigma_i, \max(|R_{x_1 x_2}^{\sigma_i}(\tau)|))$  进行二次拟合，峰值对应的横坐标就是  $\sigma$  的估计值  $\hat{\sigma}$ ；
- ③ 计算  $\sigma_i = \hat{\sigma}$  时， $|R_{x_1 x_2}^{\hat{\sigma}}(\tau)|$  取最大值时  $\tau$  的值，即为  $\hat{\tau}$ ；
- ④ 根据式 (11) 可以计算 2# 站相对于 1# 站的频差  $\Delta f = (\hat{\sigma} - 1)f_{s1}$ 。

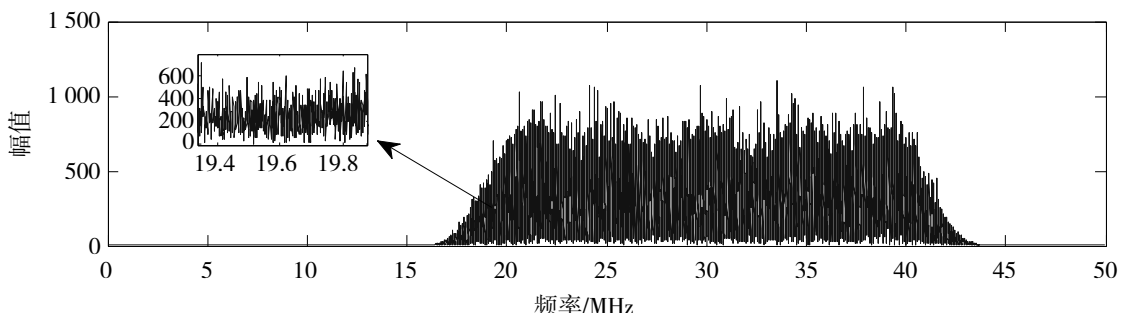
## 2 仿真试验

为了验证基于稀疏信号的时差频差联合估计方法的有效性和时差频差估计精度，本节开展在高斯信道上对通信卫星信号与北斗卫星导航系统中 B1I 信号的时差频差联合估计方法的仿真验证，通过与互模糊函数进行比较，横向对比本文所提方法的时差频差估计精度。在以下仿真试验中均假设噪声为互不相关的零均值白噪声，信号与噪声相互独立。

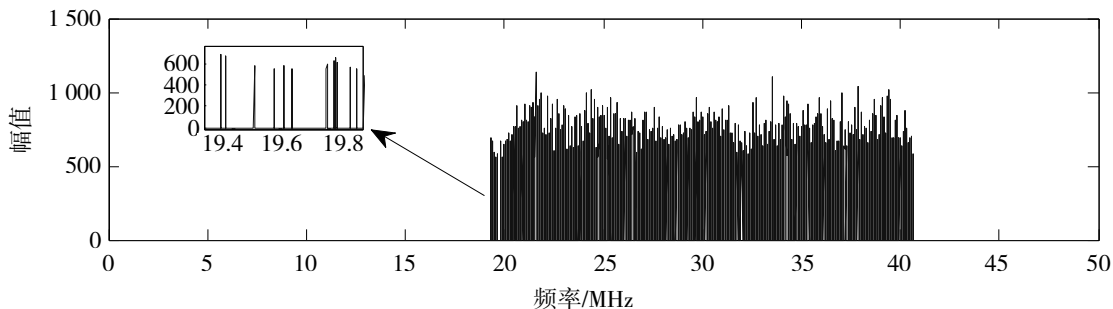
### 2.1 通信卫星信号为辐射信号仿真试验

通信卫星所辐射的卫星信号，如数字卫星电视信号，一般都是非周期信号，这些信号经过信源编码和信道编码后近似为随机信号，因此，通信信号和信道噪声的一般建模为随机过程<sup>[14]</sup>。C 波段通信卫星的下行频率为 3.400~4.200 GHz，仿真过程中取射频信号的中心频点  $f_0 = 3.8$  GHz，信号带宽取 20 MHz，变频至中频信号的中心频率为 70 MHz，采样频率取 100 MHz。

仿真过程中，对于图 1 中信号稀疏化过程本文采用对信号进行傅里叶变换后，仅保留大的幅值分量，较小的幅值赋值为零的方式。假定稀疏度设为 99%，即稀疏化后幅值不为零的分量个数仅占原信号长度的 1%，99% 的分量均为零，图 2 给出了仿真信号的频谱图和稀疏化后的信号频谱图。



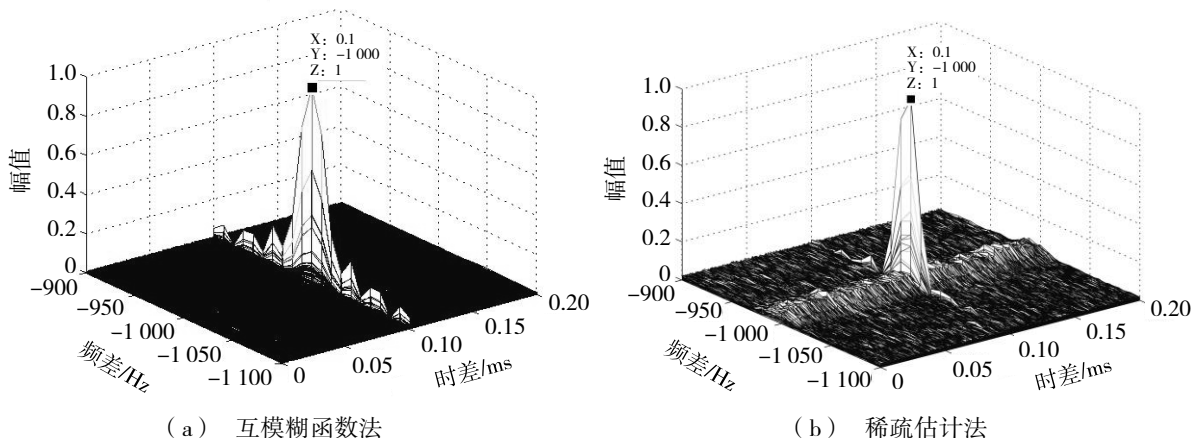
(a) 仿真导航卫星信号频谱



(b) 稀疏化仿真导航卫星信号频谱

图 2 稀疏化前后仿真通信卫星信号频谱

从图 2 可以看出,原始信号的频谱具有一定的稀疏性,稀疏度约为 40%,经过稀疏化过程后,稀疏度提高至 99%。假设两接收站相对时延差  $D=0.1$  ms,频差  $\Delta f=1$  kHz(在 100 MHz 处),积分时长 1 ms,图 3 给出了两信号的信噪比均为 10 dB 条件下互模糊函数和稀疏估计法的归一化时差频差联合估计结果。



(a) 互模糊函数法

(b) 稀疏估计法

图 3 通信卫星信号时差频差联合估计结果

从图 3 可以看出互模糊函数法和稀疏估计法的输出结果相当,均在  $D=0.1$  ms,  $\Delta f=1$  kHz 处出现相关峰值,这表明即使将信号频谱高度稀疏化也能准确估计时差和频差。为了验证在不同稀疏度的情况下稀疏估计法对时差和频差的估计精度,表 1 给出了稀疏估计法在不同稀疏度条件下,经过 100 次蒙特卡洛仿真试验对时差和频差估计的均方根误差(RMSE)统计结果,并以 RMSE 作为估计精度。

表 1 稀疏估计法对通信信号时差频差估计精度

稀疏度/%	时差/ms	频差/Hz
50	0.22	0.04
80	0.21	0.06
90	0.07	0.17
95	0.11	0.11
99	0.35	0.23
99.5	0.41	0.25
99.9	1.16	0.84
99.95	1.81	2.55
99.99	-	-

从表 1 可以看出,随着稀疏度的提高,时差和频差的估计误差有增加的趋势,这是因为稀疏化程度越高,信号中所包含的信息量越少,导致相关峰的精度越低,但当稀疏度提高至 99.99%时,信号中的

有效信息太少，无法对时差和频差进行有效估计。另外，在稀疏度为 90% 时，时差的估计精度最高，这是由于稀疏化过程中保留了大量有效的信息，同时也滤除了部分噪声对时差估计的影响。

为了检验稀疏估计法在不同信噪比下的时差和频差估计精度，我们将一个信号的信噪比固定为 10 dB，改变另一个信号的信噪比，在稀疏度设为 50% 和 90% 的情况下进行时差和频差估计。由于在较低信噪比下，时差或频差的估计误差可能会非常大，因此，本文将时差和频差估计偏差同时落在  $[-10 \text{ ns}, 10 \text{ ns}]$  和  $[-10 \text{ Hz}, 10 \text{ Hz}]$  区间上的比例作为方法性能优劣的判断标准，表 2 给出了稀疏估计法与互模糊函数法经过 100 次蒙特卡洛仿真试验对时差和频差的估计结果。其中，表 2 中等效信噪比定义为：

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1 \cdot s_2} \right] \quad (16)$$

式 (16) 中， $s_1$ ， $s_2$  分别为两个信号的信噪比。

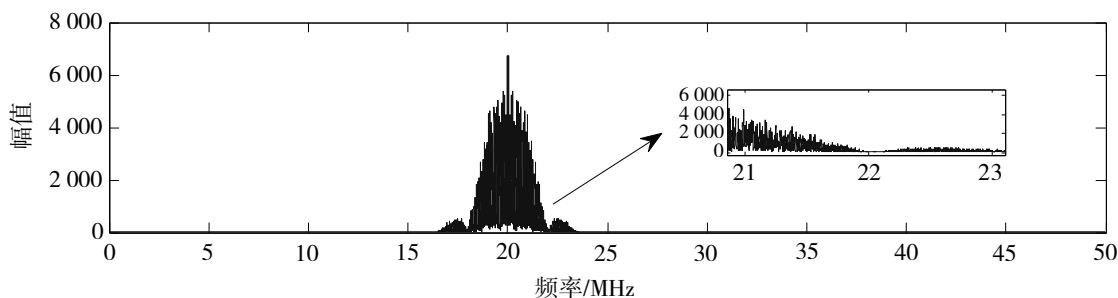
表 2 不同信噪比下两种方法对通信信号的时差和频差有效估计率

信噪比/dB	等效信噪比/dB	稀疏相关法		互模糊函数/%
		稀疏度 50%	稀疏度 90%	
-26	-23.40	100%	100%	100
-28	-25.40	100%	99%	100
-30	-27.40	99%	79%	99
-32	-29.40	93%	46%	93
-34	-31.40	33%	11%	33
-36	-33.40	23%	5%	17
-38	-35.40	8%	1%	8
-40	-37.40	0%	0%	0

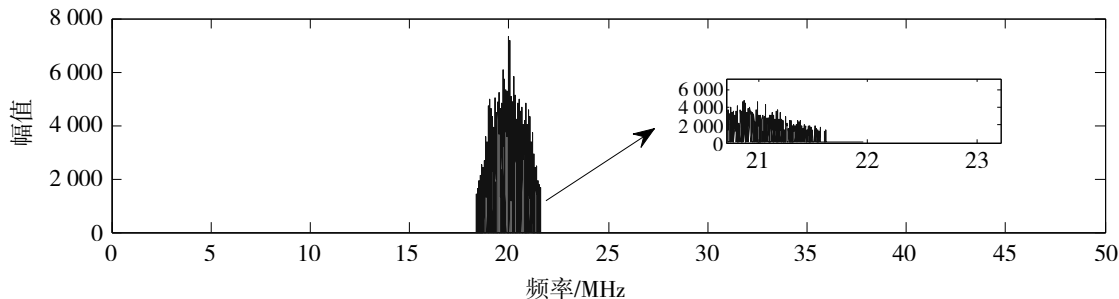
表 2 表明随着信噪比的降低，两种方法对时差和频差的有效估计率都在下降。当等效信噪比大于 -23.4 dB 时，两种方法均可 100% 地有效估计出时差和频差；当等效信噪比小于 -37.4 dB 时，两种方法均无法有效估计出时差和频差。在稀疏率为 50% 的情况下，即保持原信号频谱几乎不变，稀疏相关法和互模糊函数对时差和频差的有效估计率基本相同；当稀疏率提高至 90% 的情况下，稀疏相关法对时差和频差的有效估计率有所下降。

## 2.2 北斗卫星导航 B1I 信号为辐射信号仿真试验

北斗卫星导航系统中 GEO 卫星所播发的 B1I 信号的标称载波频率  $f_0 = 1\,561.098 \text{ MHz}$ ，码速率为 2.046 Mcps，码长为 2 046，信号带宽 4.092 MHz，在仿真过程中，将 B1I 信号变频至中频信号的中心频率为 20 MHz，采样频率取 100 MHz。假定稀疏度设为 99%，图 4 给出了仿真信号的频谱图和稀疏化后的信号频谱图。



(a) 仿真导航卫星信号频谱



(b) 稀疏化仿真导航卫星信号频谱

图 4 稀疏化前后仿真导航卫星信号频谱

从图 4 可以看出,原始信号的频谱具有较好的稀疏性,稀疏度约为 84%,但经过稀疏化过程后,稀疏度提高至 99%。同通信卫星信号为辐射信号仿真试验的方法和参数保持一致,表 3 给出了稀疏估计法对时差和频差估计的 RMSE 统计结果,表 4 给出了在稀疏度设为 90%和 99%的情况下两种方法进行时差和频差估计的有效性统计结果。

表 3 稀疏估计法对导航信号时差频差估计精度

稀疏度/%	时差/ns	频差/Hz
90	0.25	0.27
95	0.27	0.24
99	1.06	0.28
99.5	3.00	0.22
99.9	15.26	0.47
99.95	7.03	0.61
99.99	34.63	2.07
99.995	-	-

表 4 不同信噪比下两种方法对导航信号的时差和频差有效估计率

信噪比/dB	等效信噪比/dB	稀疏相关法		互模糊函数/%
		稀疏度 90%	稀疏度 99%	
-12	-9.43	100%	100%	100
-16	-13.41	100%	94%	100
-20	-17.41	95%	74%	95
-24	-21.41	75%	54%	76
-28	-25.40	53%	40%	52
-32	-29.40	31%	17%	31
-36	-33.40	20%	12%	20
-40	-37.40	8%	2%	6
-42	-39.40	0%	0%	0

从表 3 和表 4 的数据可以得出跟表 1 和表 2 类似的结论,不同之处在于导航信号的频谱本身稀疏度高,因此在更高的稀疏化过程后,如稀疏度设为 99%,仍能够较好地估计时差和频差;同时,导航信号的带宽较窄,为了能够达到指定的估计精度,需要信号具有较高的信噪比。



## 2.3 仿真试验小结

综合比较上述仿真试验，可以得到如下结论。

① 使用信号的频谱数据或对频谱数据稀疏化程度不高时，利用稀疏估计法对时差和频差的估计精度与互模糊函数法相当。

② 对频谱数据稀疏化后仍可以对时差和频差进行有效估计，但稀疏度越高，对时差和频差的估计精度越低。

③ 在相同的时差和频差有效估计率的情况下，等效信噪比越高，可接受的稀疏度越高。

## 3 结语

基于稀疏信号的时差频差联合估计方法是通过对信号的频谱数据进行稀疏化和变换来实现时差和频差估计，在较高信噪比下，对于通信卫星信号和导航卫星信号可实现在高度稀疏化条件下的有效估计。在实际应用中，若两接收站利用 1.2 m 抛物面天线接收卫星下行信号，此时接收 C 波段卫星信号的信噪比约为 0.4~16 dB，可将稀疏率设为 99%，压缩方法为记录非零系数的值和位置，尽管压缩后的数据仅有原数据的 2%，但仍可以对时差和频差进行有效估计，这对于提高和优化无源探测系统具有重要的学术和应用价值。

## 参考文献：

- [1] 胡来招. 无源定位[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005: 1-3.
- [2] KNAPP C H, CARTER G C. The generalized correlation method for estimation of time delay[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1976, 24(4): 320-327.
- [3] CARTER G C. Coherence and time delay estimation[J]. IEEE Xplore, 1987, 75(2): 236-255.
- [4] SO H C, CHING P C, CHAN Y T. A new algorithm for explicit adaptation of time delay[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(7): 1816-1820.
- [5] NIKIAS C L, PAN R. Time delay estimation in unknown gaussian spatially correlated noise[C]//International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, New York: [s.n.], 1988(5): 2638-2641.
- [6] 王成刚. 基于小波变换和形态学的图像去噪方法研究[D]. 西安: 长安大学, 2009: 37-59.
- [7] CANDES E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [8] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [9] GEDALYAHU K, ELDAR Y C. Time-delay estimation from low-rate samples: a union of subspaces approach[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 3017-3031.
- [10] FYHN K, JENSEN S H, DUARTE M F. Compressive time delay estimation using interpolation[J]. Global Conference on Signal & Information Processing, 2013: 248-251.
- [11] GU Y J, GOODMAN N A. Information-theoretic compressive sensing kernel optimization and bayesian Cramér-Rao bound for time delay estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(17): 4525-4537.
- [12] 高媛媛. 基于非合作卫星信号时差测量的无源定位方法与关键技术研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2018: 144-145.
- [13] 孙晓莉. 柯西—施瓦茨不等式的推广与应用[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2013.
- [14] 吴丹. 通信信号调制方式分类识别算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007: 12-13.