

引用格式: 王东旭, 武文俊. 守时钟组中氢钟频率可预报性分析[J]. 时间频率学报, 2023, 46(1): 32-39.

守时钟组中氢钟频率可预报性分析

王东旭^{1,2}, 武文俊^{1,2}

(1. 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600;

2. 中国科学院大学 天文与空间科学学院, 北京 100049)

摘要: 氢钟和铯钟是国际原子时的主要守时钟, 在 2014 年国际权度局 (BIPM) 改进 ALGOS 预报和权重算法之后, 具有稳定频率漂移和良好可预测性的氢钟逐渐在国际原子时计算中占据主导地位。分析研究 201809/202108 三年内 BIPM 发布的中国科学院国家授时中心 (NTSC) 氢钟频率及漂移数据, 对国家授时中心氢钟稳定性及可预报性进行量化评估, 结果表明: 频率漂移标准差小于 0.1 ns/d/30 d 且频率预测误差均方根小于 0.2 ns/d 的氢钟可以在自由原子时计算中长时间取得较高权重。

关键词: ALGOS 算法; 氢钟; 频率漂移; 频率稳定性

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2023-01-0032-08

Analysis on frequency predictability of hydrogen maser in time-keeping clock group

WANG Dong-Xu^{1,2}, WU Wen-Jun^{1,2}

(1. National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;

2. School of Astronomy and Space Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Hydrogen masers and cesium clocks are main clocks for International Atomic Time (TAI). Since the International Bureau of Weights and Measures (BIPM) improved the forecasting and weighting algorithm of ALGOS in 2014, hydrogen masers with stable frequency drift and good predictability gradually play a leading role in TAI calculation. By analyzing and studying the hydrogen masers frequency and drift data of the National Time Service Center (NTSC), Chinese Academy of Sciences released by the BIPM in the three years from September of 2018 to August of 2021, the stability and predictability of the hydrogen masers in NTSC were quantitatively evaluated. The results show that: Hydrogen masers with standard deviation of frequency drift less than 0.1 ns/day/30 day and root mean square of frequency prediction error less than 0.2 ns/day can obtain full weight in TAI calculation for a long time.

Key words: ALGOS algorithm; hydrogen maser; frequency drift; frequency stability

0 引言

目前的国际通用标准时间是协调世界时 (UTC)。国际权度局 (BIPM) 采用 ALGOS 算法对全球约 450 台原子钟的运行数据加权平均产生自由原子时 (EAL)，之后利用 10 余台基准/次级频标 (PFS/SFS) 数据对自由原子时进行驾驭，驾驭后的时间尺度被称为国际原子时 (TAI)。最后，为了避免国际原子时与天文时偏差过大，以整数闰秒的形式对其偏差进行补偿，最终计算得到协调世界时 (UTC)^[1-3]，具体过程如图 1 所示。

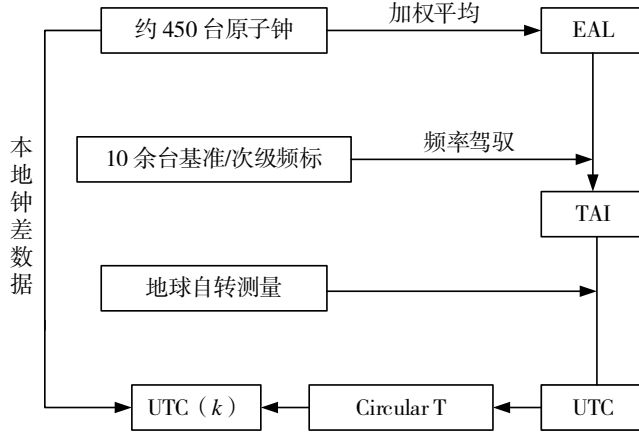


图 1 UTC 产生过程

协调世界时每月计算一次，定期在 BIPM 官方网站中发布。其内容主要包括各实验室协调世界时的本地物理实现 $UTC(k)$ 与协调世界时之差值以及各实验室原子钟的频率、频率漂移及权重等。本文重点分析 201809/202108 三年内 BIPM 发布文件中 NTSC 氢钟频率及频率漂移数据，对 NTSC 氢钟的频率稳定性和可预报性进行研究。

1 ALGOS 算法

ALGOS 算法是 BIPM 计算自由原子时所使用的算法，随着原子钟和时间测量比对技术的发展，ALGOS 算法也在不断更新。本文主要介绍国际权度局 2014 年起使用的 ALGOS 算法的基本原理。

首先假设在 t 时刻，钟 i 的读数是 $h_i(t)$ ，对应的权重为 ω_i ，其相对于 EAL 的预报改正量为 $h'_i(t)$ ，那么自由原子时 EAL 可表示为^[4-5]

$$EAL(t) = \sum_{i=1}^N \omega_i [h_i(t) + h'_i(t)]. \quad (1)$$

式 (1) 两边减去相同的量：

$$EAL(t) - \sum_{i=1}^N \omega_i h_i(t) = \sum_{i=1}^N \omega_i [h_i(t) + h'_i(t)] - \sum_{i=1}^N \omega_i h_i(t). \quad (2)$$

于是：

$$\sum_{i=1}^N \omega_i (EAL(t) - h_i(t)) = \sum_{i=1}^N \omega_i h'_i(t). \quad (3)$$

令：

$$x_i(t) = EAL(t) - h_i(t). \quad (4)$$

于是式 (3) 可以化简为式 (5):

$$\sum_{i=1}^N \omega_i x_i(t) = \sum_{i=1}^N \omega_i h_i'(t)。$$
 (5)

令 $x_{i,j}(t)$ 为

$$x_{i,j}(t) = h_j(t) - h_i(t)。$$
 (6)

联立式 (5) 和式 (6), 结果为

$$x_j(t) = [\text{EAL}(t) - h_j(t)] = \sum_{i=1}^N \omega_i [h_i'(t) - x_{i,j}(t)]。$$
 (7)

因为 $x_{i,j}(t)$ 是通过实验室之间远程比对与实验室内部设备测量直接获得的, 故为了计算 EAL, 需要解决的核心问题是预报改正值 $h_i'(t)$ 及权重 ω_i 的确定。

1.1 预报

ALGOS 算法的目的是对原子钟信号进行加权平均, 使加权后的时间尺度获得更好的稳定性。算法中设计了一个预报改正环节, 将每台钟相对于平均时间的频差及频率漂移剔除后, 再加权的时间尺度在某台钟的权重变动时依然是连续的。

当前使用的预报方法是二次预报^[6], 在两段连续的计算区间 $I_{k-1}(t_{k-1}, t_k)$ 和 $I_k(t_k, t_{k+1})$ 内, 为保证 t_k 时刻的相位和频率的连续性, $h_i'(t)$ 可以用式 (8) 表示:

$$h_i'(t) = a_{i,I_k}(t_k) + B_{ip,I_k}(t)(t - t_k) + \frac{1}{2} C_{ip,I_k}(t)(t - t_k)^2。$$
 (8)

式 (8) 中, $a_{i,I_k}(t_k)$ 、 $B_{ip,I_k}(t)$ 、 $C_{ip,I_k}(t)$ 均为假设的实际量, 无法直接测得, 故需要用估计值来表示, 如式 (9):

$$h_i'(t) = \hat{a}_{i,I_k}(t_k) + \hat{B}_{ip,I_k}(t)(t - t_k) + \frac{1}{2} \hat{C}_{i,I_{k-1}}(t)(t_k - t_{k-1})(t - t_k) + \frac{1}{2} \hat{C}_{ip,I_k}(t)(t - t_k)^2。$$
 (9)

式 (9) 中, $\hat{a}_{i,I_k}(t_k)$ 是钟 i 在 t_k 时刻相对于 EAL 的相位差的估计值, $\hat{B}_{ip,I_k}(t)$ 是钟 i 在 t_k 时刻相对于 EAL 的频率差的估计值, $\hat{C}_{i,I_{k-1}}(t)$ 和 $\hat{C}_{ip,I_k}(t)$ 是钟 i 在 I_{k-1} 和 I_k 时间段的相对于 EAL 的频率漂移估计值, 这里认为二者相等。 $\hat{a}_{i,I_k}(t_k)$ 和 $\hat{B}_{ip,I_k}(t)$ 可以用式 (10) 计算:

$$\begin{cases} \hat{a}_{i,I_k}(t_k) = \text{EAL}(t_k) - h_i(t_k) = x(t_k) \\ \hat{B}_{ip,I_k}(t) = \frac{x(t_{k+1}) - x_i(t_k)}{t_{k+1} - t_k} \end{cases}。$$
 (10)

目前主要的守时钟是氢钟和铯钟。一般而言, 氢钟的短期稳定度比较高, 但频率漂移较为明显, 长期稳定度较差。铯钟则相反, 短期波动比较大, 但频率漂移较小, 长期稳定度较好。因此, 根据钟的类型需要采用不同的算法对频率漂移进行预报。

氢钟频率漂移量 $\hat{C}_{ip,I_k}(t)$ 的计算首先需要对其相对于地球时 (TT) 的频率值 $y_{\text{TT}-h_i}$ 进行 15 d 的滑动平均, 用于去除白噪声以便更好地估计频率漂移值。得到的滑动平均值记为 $\bar{y}_{\text{TT}-h_i}$; 其次利用 4 个月的 $\bar{y}_{\text{TT}-h_i}$, 采用式 (11) 求解频率漂移量 $\hat{C}_{ip,I_k}(t)$:

$$\hat{C}_{ip,I_k}(t) = \frac{\bar{y}_{\text{TT}-h_i}(t_{k+1}) - \bar{y}_{\text{TT}-h_i}(t_k)}{t_{k+1} - t_k}。$$
 (11)

铯钟的频率漂移量 $\hat{C}_{ip,I_k}(t)$ 的计算通过对 4 个月的 $\bar{y}_{\text{TT}-h_i}$ 做最小二乘拟合得到。

1.2 权重

权重算法以钟的可预测性作为取权的依据^[7]。为了保证 EAL 的长期稳定性，选取一年的预报钟速和实际钟速的偏差数据作为计算样本，算法迭代过程如下：

① 利用 EAL- h_i 的数据，在第一次迭代中采取前一个计算区间所选取的权重，在之后的迭代中，采取上一个迭代过程中所计算的权重。

② 每个月的实际频率 $y(i, I_k)$ 和预报频率 $\hat{y}(i, I_k)$ 的偏差用 ξ_{i, I_k} 表示，如式 (12)：

$$\xi_{i, I_k} = |y(i, I_k) - \hat{y}(i, I_k)|。 \quad (12)$$

③ 利用式 (13) 提高近期的测量值在计算中的比重，计算结果用 σ_i^2 表示：

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{M_i} \left(\frac{M_i + 1 - j}{M_i} \right) \xi_{i, j}^2}{\sum_{j=1}^{M_i} \left(\frac{M_i + 1 - j}{M_i} \right)}。 \quad (13)$$

式 (13) 中，下标 i 代表第 i 台钟， j 代表计算间隔， M_i 代表月份，BIPM 时间部规定原子时的计算至少需要累积 4 个月的数据资料，因此 $4 \leq M_i \leq 12$ 。

④ 于是，钟 i 权重可由下式计算：

$$\omega_{i, \text{temp}} = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N 1/\sigma_i^2}。 \quad (14)$$

除此之外，BIPM 还设置了权重最大值 $\omega_{\max} = 4/N$ (N 为钟的数目)，以防止某些钟对 EAL 的计算影响过大而降低 EAL 的可靠性。

2 原子钟数据分析

2.1 权重分析

在 2014 年预报和权重算法改进之后，具有稳定频率漂移和良好可预测性的氢钟在原子时计算中的权重越来越大，表 1 是近三年 NTSC 参与国际原子时计算的原子钟数目及权重，可以看到，虽然参与计算的铯原子钟数量较多，但铯钟总权重仅为氢钟权重的 1/5 左右。因此本文重点分析氢钟的频率及频率漂移变化情况。

表 1 NTSC 参与计算原子钟数目及权重

时间	氢钟数目/台	氢钟总权重/%	铯钟数目/台	铯钟总权重/%
201809/201908	8	5.64	24	1.61
201909/202008	11	5.86	24	1.24
202009/202108	10	4.65	24	0.86

2.2 氢钟频率及漂移分析

本文将权重作为衡量原子钟好坏的标准，在计算中取得较高权重的钟视为“好钟”。BIPM 采用二次预报方法对原子钟进行预报，其中原子钟相对于 EAL 的频率及频率漂移是两个重要的预报参数，而频率漂移又影响了频率的变化，因此考察原子钟频率稳定性与二次预报的预报参数相对应，理论上在钟不

出现故障的情况下，频率漂移越稳定，频率的变化越稳定，该钟的预报性越好，取得的权重也越高。本文以氢钟频率漂移标准差作为频率漂移稳定性的量化参考。计算结果示于图 2 至图 4。

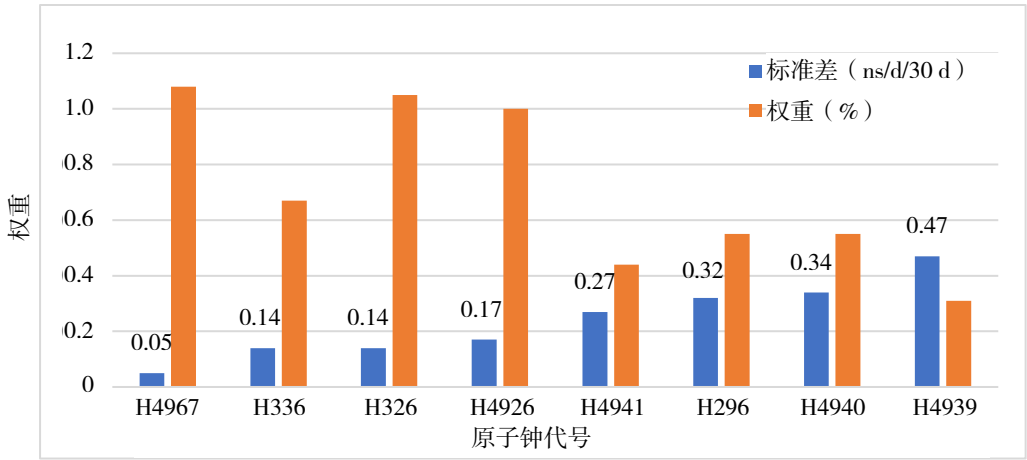


图 2 201809/201908 氢钟频率漂移标准差及权重

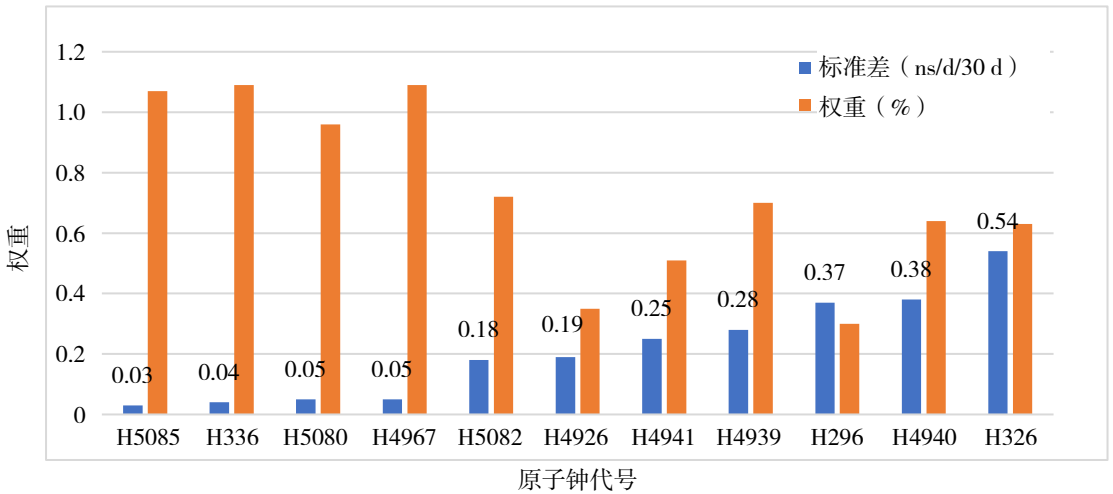


图 3 201909/202008 氢钟频率漂移标准差及权重

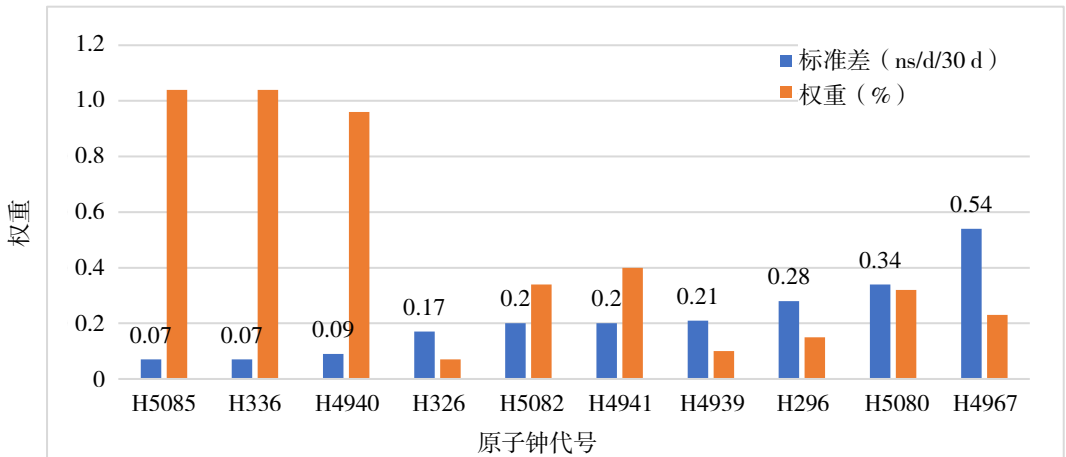


图 4 202009/202108 氢钟频率漂移标准差及权重

由图 2 至图 4 可以看出：① 氢钟频率漂移标准差较小的钟，其频率变化相对稳定，普遍可以在国际原子时计算中获得较大权重；② 标准差大于 0.2 ns/d/30 d 的钟基本无法保持高权重 (> 0.8%)，标准差小于 0.1 ns/d/30 d 的钟可以长时间达到满权；③ 随着时间推移，越来越多的氢钟加入国际原子时计算，TAI 计算对于氢钟稳定性的要求也不断提高。如：H4939 在第 2 年和第 3 年的标准差相当，但其权重却由 0.7 左右下降到了 0.2 左右。根据图 2 至图 4 对 NTSC 氢钟稳定性进行总结，如表 2 所示。

表 2 NTSC 氢钟稳定性评估结果

时间段	非常稳定	一般稳定	不稳定
201809/201908	H4967	H4926、H326、H336	H296、H4939、H4940、H4941
201909/202008	H336、H4967、H5080、H5085	H4926、H4939、H4941、H5082	H296、H326、H4940
202009/202108	H336、H4940、H5085	H326、H4939、H4941	H296

2.3 可预测性分析

ALGOS 算法中假定原子钟频率漂移在 30 d 内是不变的，超过 30 d 以后需要重新计算，作为氢原子钟可预测性的量化标准，可以依据 BIPM 公报中的上个月原子钟频率和频漂值，预报当月的频率值，频率预报公式为^[8]

$$\hat{r}_i(t_k) = r_i(t_{k-1}) + d_i(t_{k-1})\tau \quad (15)$$

式 (15) 中， $r_i(t_{k-1})$ 和 $d_i(t_{k-1})$ 分别为 BIPM 公报中原子钟 i 在 t_{k-1} 时刻的实测频率及频漂值， $\hat{r}_i(t_k)$ 为原子钟 i 在 t_k 时刻的频率估计值， τ 为计算周期。

每月计算氢原子钟预报速率与真实速率之间的差值并累计一年后，计算频率预测误差的均方根值 (RMS)，以 RMS 值作为可预测性的定量评估，RMS 值越小说明“可预测性”越好，反之则越差，RMS 计算公式如式 (16)：

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n [\hat{r}_i(t_k) - r_i(t_k)]^2}{n}} \quad (16)$$

式 (16) 中， $\hat{r}_i(t_k)$ 表示原子钟 i 在 t_k 时刻的预报速率， $r_i(t_k)$ 表示原子钟 i 在 t_k 时刻的真实速率， n 表示原子钟 i 的预报误差个数。计算结果示于图 5 至图 7。

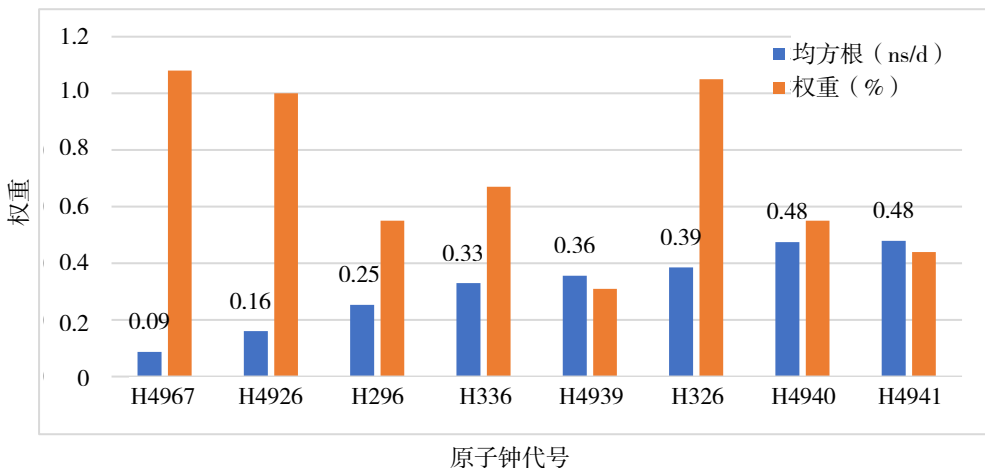


图 5 201809/201908 氢钟频率预测误差均方根及权重

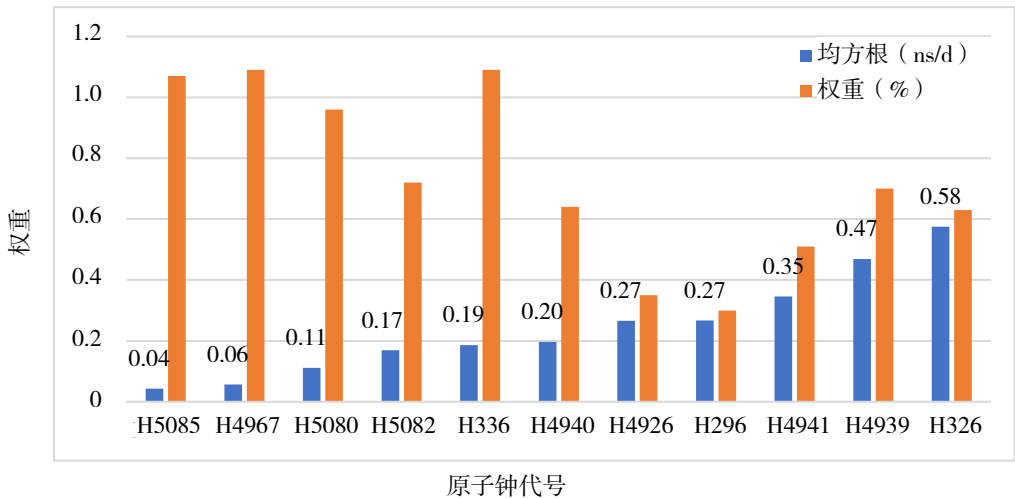


图 6 201909/202008 氢钟频率预测误差均方根及权重

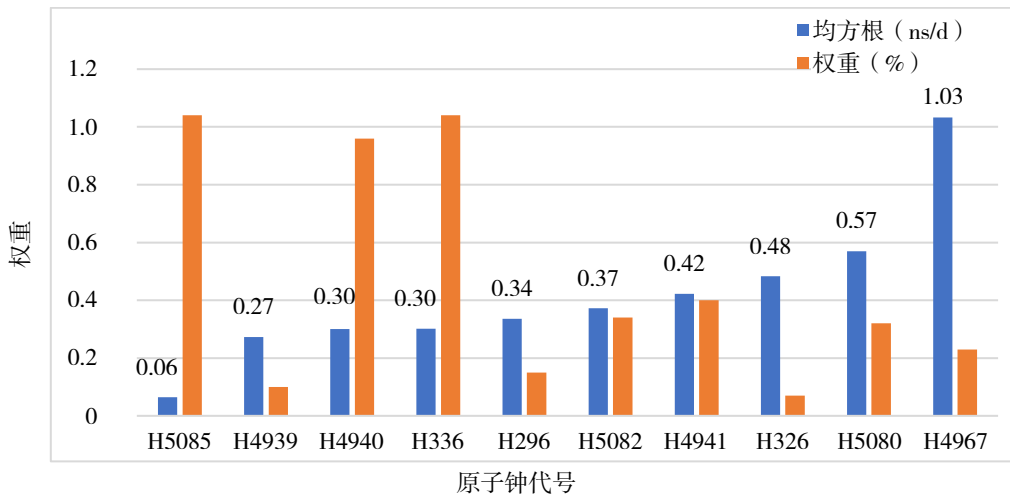


图 7 202009/202108 氢钟频率预测误差均方根及权重

由图 5 至图 7 可知：① 氢钟预报频率误差均方根小于 0.2 ns/d 的钟可以在 EAL 计算中取得较高权重；② 氢钟预报频率误差均方根可以在一定程度上反映原子钟的可预测性，然而其计算受氢钟频率及频率漂移共同作用，其不确定性较大，需将其同其他统计量相结合才可能得到最佳的评估效果。

3 结语

本文介绍了 ALGOS 算法的基本原理，对国际权度局公布的近三年国家授时中心氢钟频率及频率漂移数据进行统计，统计结果显示了国家授时中心氢钟的稳定性和权重变化情况。同时对 NTSC 氢钟组的稳定性和可预测性作了定量分析，结果表明：① 对氢钟频率漂移进行统计分析可以较为准确地评估氢钟的稳定性；② 频率漂移标准差小于 0.1 ns/d/30 d、频率预测误差均方根小于 0.2 ns/d 的氢钟可以在 EAL 计算中长时间取得较高权重。由于原子钟的运行受环境、内部噪声等多种因素影响，其性能和稳定性会不断发生变化，为了深入了解其变化情况，还需要对原子钟稳定性和可预测性的物理原因进行探究。

参考文献：

- [1] PANFILO G, TAVELLA P. Atomic clock prediction based on stochastic differential equations[J]. *Metrologia*, 2008, 45(6): 108.
- [2] PANFILO G, ARIAS E. Studies and possible improvements on the EAL algorithm[J] // *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2010, 57(1): 154-160.
- [3] PANFILO G, HARMEGNIES A. A new weighting procedure for UTC[J]. *Metrologia*, 2014, 51(3): 285-292.
- [4] MCCARTHY D D. Evolution of timescales from astronomy to physical metrology[J]. *Metrologia*, 2011, 48(4): 132-144.
- [5] PANFILO G. The coordinated universal time[J]. *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, 2016, 19(3): 28-33.
- [6] 王锐, 袁静, 班亚, 等. 原子时算法分析与对比[J]. *计量学报*, 2020, 41(3): 363-368.
- [7] 屈俐俐, 李变. 2014 版 EAL 算法中原子钟的权重分析[J]. *时间频率学报*, 2018, 41(4): 332-339.
- [8] 白杉杉, 董绍武, 赵书红, 等. 主动型氢原子钟性能监测及评估方法研究[J]. *天文学报*, 2018, 59(6): 58-68.