

引用格式：魏吉平, 李静怡, 王凯旋, 等. 一种面向卫星共视授时应用的星站钟差融合方法[J]. 时间频率学报, 2023, 46(2): 85-93.

一种面向卫星共视授时应用的星站钟差融合方法

魏吉平, 李静怡, 王凯旋, 唐升*

(西北大学 信息科学与技术学院, 西安 710127)

摘要: 面向 GNSS 共视授时系统中非连续性多源星站钟差的数据融合需求, 提出了一种采用集中式融合结构的数据融合方法。具体地, 采用 Hampel 滤波器剔除钟差观测数据中的奇异值并填补空缺值; 采用动态权值分配的加权平均算法实现钟差数据融合; 采用 Kalman 滤波器或 α - β 滤波器进行跟踪滤波, 生成钟差融合终值。仿真实验结果表明, 所提出的数据融合方法能够有效抑制观测过程中的误差, 输出一组更接近真实值的星站钟差数据, 适合星站钟差数据的融合处理, 也为其他非连续性多源数据融合应用提供借鉴思路。

关键词: 共视授时; 数据融合; Hampel 滤波; 跟踪滤波; 动态权值分配

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2023-02-0085-09

A clock bias data fusion method for GNSS common-view time transfer

WEI Ji-ping, LI Jing-yi, WANG Kai-xuan, TANG Sheng*

(School of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an 710127, China)

Abstract: To meet the data fusion requirement of discontinuous multi-source clock biases (the biases between the local reference time of the stations and the satellite clock) in GNSS common-view time transfer system, a data fusion method using a centralized fusion structure is proposed. Specifically, the Hampel filtering algorithm is used to eliminate the singular values in the observation data and fill in some missing values of clock biases; The clock bias fusion is realized using the weighted average algorithm of dynamic weight distribution; Kalman filter or α - β filtering algorithm is used for tracking filtering to generate the final value of clock bias fusion. The simulation experiment results show that the data fusion method in this paper can effectively suppress the error in the observation process and output a set of biases between the stations and the satellite close to the true value, which is suitable for the fusion processing of satellite clock biases data, and also provide referring ideas for other discontinuous multi-source data fusion applications.

Key words: common view time transfer; data fusion; Hampel filtering; tracking filtering; dynamic weight distribution

0 引言

共视法是一种精度较高的时间传递方法, 于 1980 年由美国国家标准局提出后被国内外研究者们不断

扩展和改进^[1]。目前卫星共视法是远距离时间比对的主要方法之一，精度达到纳秒量级^[2]。卫星共视法的基本原理是：位于不同地点的两个用户 A 和 B，分别通过路径 d_{SA} 和 d_{SB} 同时接收卫星 S 的信号，可以获得卫星 S 与本地时间的时差。此时差包括来自卫星信号传播路径和接收机端的各项误差。A 和 B 通过实时或事后数据交换得到两地之间的时差^[3]。共视法中，两地数据交换求差的过程可以完全抵消星钟误差，抵消大部分的星历误差及对流层和电离层的时延误差，大大提高两地时间比对精度。在新一代基于 GNSS (Global Navigation Satellite System) 的卫星共视授时系统中，单个基准站通常配置多个基准终端。这些基准终端同时观测 GNSS 卫星群，通过测算伪距得到本地时间与卫星钟之间的偏差^[4-5]，即星站钟差。由于观测位置和角度不同等原因，不同的基准终端在同一时刻观测到的卫星及其数量不尽相同。因此，星站钟差通常具有以下特点：每个基准终端的观测数据通常包含多颗卫星的星站钟差数据；每一颗卫星的钟差观测数据中不可避免会含有奇异值和空缺值，且空缺位置和长度均是随机的；多个基准终端观测数据中的同一颗卫星的钟差才可以进行数据融合处理。

对某一基准站中多个基准终端测得的星站钟差进行融合处理，不仅可以降低该基准站的故障率，而且可以增强该基准站的数据可信度，进而提高共视授时系统可用性，保证授时精度。基于上述星站钟差数据的特点以及钟差融合的必要性，研究一种钟差数据融合方法具有一定的工程应用意义。数据融合技术主要应用于多传感器系统，如组合导航、航迹融合、图像融合等系统，通过融合来自多个传感器的数据和相关信息，实现比单传感器系统更准确的推断^[6-8]。目前数据融合的分类方法没有统一的定论，其中应用较多的一种分类方法是根据融合的级别和层次划分为数据级、特征级和决策级 3 种^[9]。如果多传感器数据是同质的，原始数据可以直接融合，称为数据级融合。数据级融合直接对未经预处理的传感器原始观测数据进行综合和分析，其优点是保持客体数据尽可能多，基本不发生数据丢失或遗漏。在 GNSS 卫星共视授时系统中，星站钟差数据融合属于数据级融合。

常用的数据融合系统结构可分为集中式融合结构和分布式融合结构^[10]。在分布式数据融合系统中，多个传感器获取原始数据之后并不直接传送至数据融合中心，而是先由本地预处理器对原始数据实施预处理，再将预处理数据传送至融合中心完成数据融合及后续操作。在集中式数据融合系统中，融合中心可以直接利用所有观测站的原始观测数据，没有额外的信息损失^[10-11]，因此融合精度更高、融合性能相对较好。集中式数据融合结构更加适合本文的应用场景。

综合考虑数据源特点和实际需求，本文提出一种采用集中式融合结构的数据级星站钟差融合方法，其中融入了 Hampel 滤波技术、 σ -滤波/Kalman 滤波技术以及动态权值分配的加权平均数据融合算法。为了验证数据融合方法的性能，设计实施了多组对比性的算法仿真实验。实验结果表明，所提出的数据融合方法适合进行星站钟差数据的融合，并且适用于其他含有空缺值的非连续性多源数据的融合。

1 集中式星站钟差融合方法模型结构

根据集中式融合结构，拟分 3 步对星站钟差数据进行处理：预处理、融合以及跟踪滤波。故本文所提出的集中式星站钟差融合方法模型的总体结构如图 1 所示，主要包括 3 个数据处理模块：星站钟差前置滤波器、星站钟差加权平均和星站钟差跟踪滤波器。

数据观测和传输过程难免存在一些非理想因素。首先，最终到达融合中心的星站钟差观测数据中难免会因一些数据丢失，留下空缺位置。其次，一些钟差奇异值、因一些强扰动而被改变的钟差值等偏离真实钟差的数据也会引入较大误差，对融合结果造成影响。针对上述问题，设置了星站钟差前置滤波器对数据进行预处理，其主要作用是剔除奇异值并填补部分空缺。

星站钟差加权平均是本文融合方法模型的核心。将所有基准终端观测到的同一颗卫星的钟差数据进

行加权融合，由于实际观测情形复杂，为避免故障终端持续引入不良影响，对各基准终端动态分配加权系数。

跟踪滤波器是星站钟差数据融合方法模型的重要组成部分，通过数学方法寻求与加权平均融合结果有最佳拟合的状态向量，也就是对这些状态向量进行估计和预测。图 1 中的跟踪滤波器，一方面生成钟差融合终值，另一方面为加权平均时的动态权值分配提供依据，同时还为前置滤波器的阈值调优提供参考。

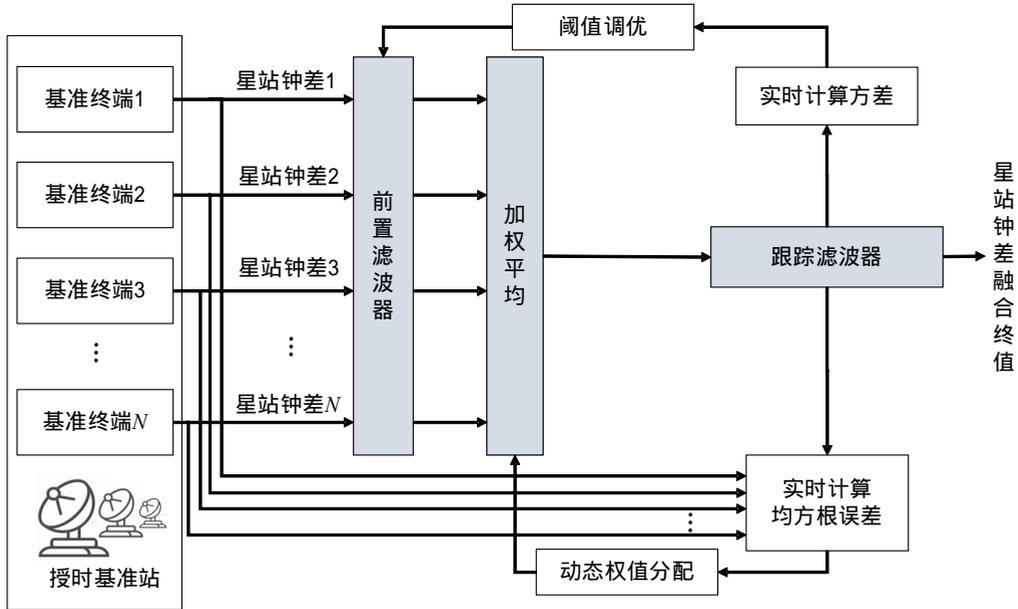


图 1 星站钟差融合方法的模型结构框图

2 算法原理

本节介绍所提出的星站钟差融合方法模型中核心数据处理算法的原理，具体包括了基于 Hampel 滤波的钟差奇异值剔除和空缺值填补、动态权值分配的加权平均数据融合和 Kalman/ α - β 跟踪滤波。

2.1 基于 Hampel 滤波的钟差奇异值剔除和空缺值填补

图 1 所示的星站钟差融合方法模型结构中的前置滤波器采用 Hampel 数字滤波器设计，其作用是剔除星站钟差数据中的奇异值并进行空缺值填补。Hampel 滤波器本质上是一种基于中值和 MAD (median absolute deviation) 尺度估计器的离群值检测程序^[12]。具体来说，对输入序列 D ，Hampel 滤波器的输出响应如下：

$$Y_k = \begin{cases} D_k (|D_k - M_k| \leq TS_k) \\ M_k (|D_k - M_k| > TS_k) \end{cases} \quad (1)$$

式 (1) 中的 M_k 是当前星站钟差样本及其前 $K-1$ 个样本组成的滑动窗口的中值，定义为

$$M_k = \text{median} \{D_{k-(K-1)}, \dots, D_{k-2}, D_{k-1}, D_k\} \quad (2)$$

式 (2) 中，median 是求给定数值的中值的函数。 K 是一个正整数，称为窗口宽度。 S_k 是 MAD 尺度估计，定义为

$$S_k = 1.4826 \times \text{median}_{j \in [1, K]} \{|D_{k-j} - M_k|\} \quad (3)$$

式 (3) 中，“1.4826”是一个工程经验值，它使 MAD 尺度估计成为高斯数据标准偏差的无偏估计。 T 是一个动态阈值调优参数，其大小由跟踪滤波器输出最新的钟差融合终值的方差大小决定。

针对引言中所述星站钟差数据特点,即原始数据中含有奇异值和空缺值,且空缺位置及空缺长度具有随机性,采用 Hampel 滤波进行预处理。当前星站钟差样本 D_k 与中值 M_k 相差超过 T 倍 S_k ,则视该样本为奇异值,并用中值 M_k 替换该样本。同时,前置滤波的滑动窗口可将钟差数据源中的空缺值与邻近的非空数值联系起来。只要滑动窗口内不全是空缺值,即只需滑动窗口内有一个及以上非空数值,则当前正被处理的空缺值可被填补为窗口内数据的中值。经过实验验证,窗口宽度 K 取为 7 比较合适,既能够保证参与运算的钟差是最新 6 次,避免当前钟差被陈旧钟差影响,又能够使足够多的空缺值被填补。

2.2 动态权值分配的加权平均数据融合

图 1 所示的星站钟差融合方法模型结构中的加权平均部分,将各基准终端经过前置滤波后的星站钟差数据根据卫星号的不同进行分类融合,得到基准站与每颗卫星之间更精确的星站钟差。来自 N 个基准终端的 N 组原始数据的融合过程可用式 (4) 来描述:

$$\hat{Y}_k = \sum_{i=1}^N a_{k_i} Y_{k_i} \quad (4)$$

式 (4) 中, \hat{Y}_k 表示 k 时刻的融合值,它是一个估计值 ($\hat{\cdot}$ 代表估计), Y_{k_i} 表示各基准终端 k 时刻通过 Hampel 滤波之后的星站钟差数据, a_{k_i} 表示 k 时刻各基准终端的加权系数,并满足式 (5) 的关系:

$$\sum_{i=1}^N a_{k_i} = 1 \quad (5)$$

本文采用最小方差估计^[13-16]的方法计算实时星站钟差观测数据的可靠度,为每个基准终端动态分配加权系数。在无法得到真实值的前提下,上一次跟踪滤波输出的估计值是最接近本次真实值的值。因此,依据本次各基准终端的观测数据与上一次融合结果的偏离程度来计算各观测数据的可靠度,也即权值 a_{k_i} 。具体实施中,这个偏离程度用均方根误差来衡量。如果该基准终端的观测数据与跟踪滤波器输出的滤波值相差大,则该基准终端观测数据的均方根误差大,可靠度小,分配的加权系数就小;否则认为可靠度高,分配到的加权系数就大。用式 (6) 计算基准终端观测数据的均方根误差:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (Y_k - X_{k-1})^2}{n}} \quad (6)$$

式 (6) 中, $RMSE$ 代表均方根误差, Y_k 代表 k 时刻的观测数据, X_{k-1} 代表 $k-1$ 时刻的滤波值, n 代表测量数据的个数。各个基准终端的观测数据可以看成是由真实值叠加了各种测量噪声得到的,即

$$Y_{k_i} = Y_k + v_{k_i} \quad (7)$$

式 (7) 中, Y_{k_i} 表示 k 时刻第 i 个基准终端的观测值, v_{k_i} 表示 k 时刻第 i 个基准终端的观测噪声, Y_k 视为待估计的真值。最小方差估计实质上就是要使估计值与真值的偏差平方和的均值达到最小值 (\min),即满足下述指标

$$E[(Y - \hat{Y})^T (Y - \hat{Y})] = \min \quad (8)$$

将式 (4) 代入到式 (8) 中,得到

$$E[(Y_k - \hat{Y}_k)^2] = E\left[\left(Y_k - \sum_{i=1}^N a_i (Y_k + v_{k_i})\right)^2\right] = E\left[\left(\sum_{i=1}^N a_i v_{k_i}\right)^2\right] = \sum_{i=1}^N a_i^2 \sigma_i^2 = \min \quad (9)$$

由于加权系数还满足式 (5),那么联合式 (9),应用拉格朗日乘数法求解加权系数,引入拉格朗日函数 L :

$$L = \sum_{i=1}^N a_i^2 \sigma_i^2 + \lambda \left(\sum_{i=1}^N a_i - 1 \right) \quad (10)$$

对函数中的 a_1, a_2, \dots, a_N 分别求偏导,并令其等于 0,最终可求得各基准终端加权系数的计算公式:

$$a_i = \frac{\sigma_i^{-2}}{\sum_{i=1}^N \sigma_i^{-2}}。 \quad (11)$$

式(11)中, σ_i 取各基准终端观测数据的均方根误差 $RMSE$ 。

2.3 Kalman 和 α - β 跟踪滤波

图1所示的星站钟差融合方法模型结构中的跟踪滤波器采用 Kalman 或 α - β 数字滤波器设计。Kalman 滤波是一种递归滤波方法,作为一种数据级融合算法广泛应用于目标跟踪^[17]、状态估计^[18]等领域。Kalman 滤波仅根据当前时刻输入值和上一时刻的预测值就可以得出当前时刻的最佳估计值,具有优异的估计性能、抗噪性能和良好的实时性,是钟差数据跟踪滤波的一种合理选择。

α - β 滤波可视为 Kalman 滤波的一种特例,其最大的优点在于增益矩阵的离线计算,增益不再与协方差有关,因此计算复杂度较低。 α - β 滤波与 Kalman 滤波类似,包含预测和更新两个步骤,但没有滤波器增益的计算和协方差矩阵的预测和更新。 α - β 滤波过程可以用下面的两个公式描述:

$$\hat{X}_k^- = F\hat{X}_{k-1}。 \quad (12)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_k^- + K(Z_k - H\hat{X}_k^-)。 \quad (13)$$

式(12)和(13)中:“-”代表先验,“^”代表估计; X_k 是系统状态变量; Z_k 是观测变量; F 是状态转移矩阵; H 是观测矩阵; K 是常增益矩阵。在本文中, X_k 是跟踪滤波器输出的3组星站钟差预测值, Z_k 是加权平均数据融合结果。

系数 α 和 β 是无量纲的量,分别为状态向量不同分量的常滤波增益。 α 和 β 的值对滤波效果的影响比较大,且需要根据实际的应用背景和数据特征来确定^[19]。这两个系数一旦确定,增益就是确定的量。为了保证系统的稳定性, α 和 β 的值通常是一个很小的正值,一般满足以下关系:

$$0.3 < \alpha < 0.5, \quad (14)$$

$$\beta = 2(2 - \alpha) - 4\sqrt{1 - \alpha}。 \quad (15)$$

α 和 β 的值确定之后,滤波器增益就可以用式(16)确定:

$$K = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta / T_f \end{bmatrix}。 \quad (16)$$

式(16)中, T_f 为滤波周期。

3 实验及其结果分析

本节介绍了集中式数据融合模型算法仿真实验。详细说明了算法仿真实验的数据来源、实验方法、实验结果以及结果分析。此外,还对 Hampel 滤波效果进行了实验验证,根据控制变量思想,分别采用不同融合方法、不同跟踪滤波器设计集中式数据融合模型进行了对比实验。

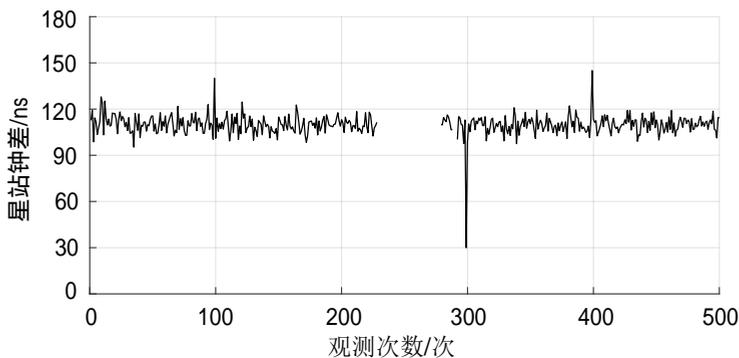
3.1 仿真实验设计

依据某 GNSS 共视授时基准站的5个基准终端实测的星站钟差数据,做了如下两个实验性的假设:

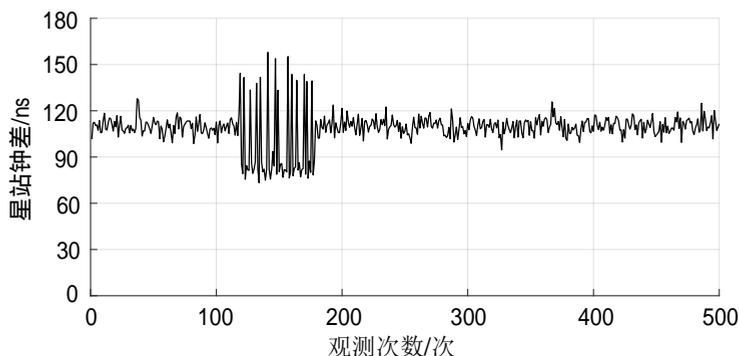
5个基准终端可以观测到的卫星数量、编号均相同,假定为3颗、编号分别为1号、2号、3号。即在每一时刻,从每个数据源取一个三维状态向量输入数据融合模型。存在观测值缺失的情况,但保证融合后的状态向量维度无缺失,依然是三维。即在每一时刻,对每颗可观测卫星,至少有一个基准终端可观测到。然后,用三维高斯分布数据模拟出五组理想的观测数据。考虑到真实观测数据中出现的各种情形,需对理想的观测数据进行如下处理:向5组理想数据中加入互不相关的零均值白噪声,模拟随机的观测误差。进一步向对含有白噪声的观测数据中随机添加空缺值以及分散或连续的奇异值,

模拟观测位置、观测角度不同等原因造成的观测值缺失和严重失真的情况。

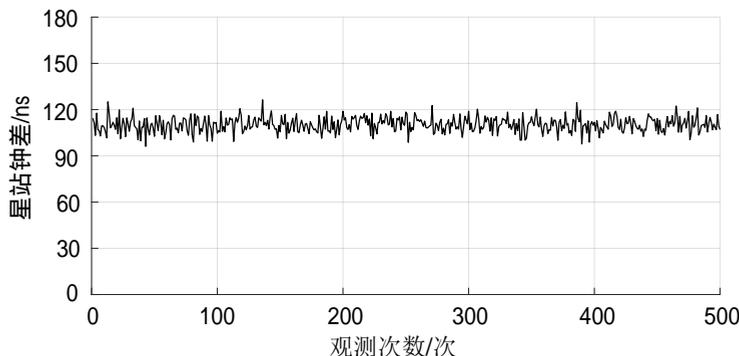
最终用于仿真实验的观测数据是 5 个 500×3 阶矩阵，即 5 个基准终端、3 颗可观测卫星、连续观测 500 次。其中针对 1 号卫星的钟差观测数据如图 2 所示。



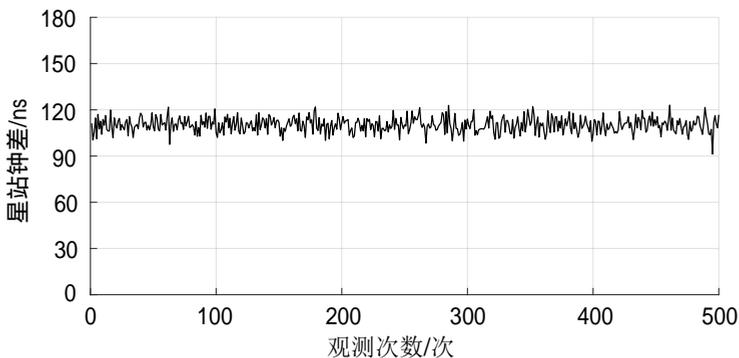
(a) 基准终端 1 观测数据



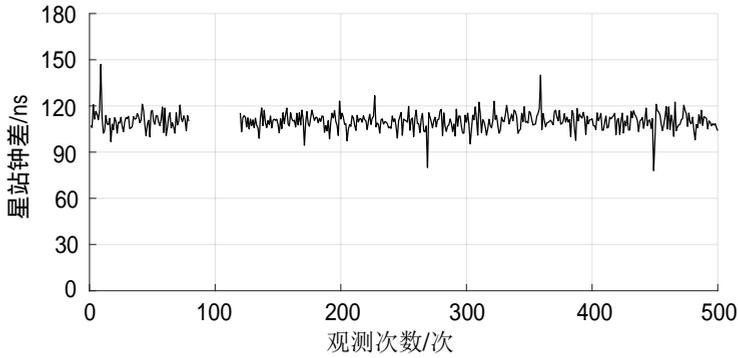
(b) 基准终端 2 观测数据



(c) 基准终端 3 观测数据



(d) 基准终端 4 观测数据



(e) 基准终端 5 观测数据

图2 5个基准终端观测1号卫星的星站钟差

3.2 Hampel 滤波器功能验证

选取 1 号卫星相关数据验证 Hampel 滤波的作用, 实验结果如图 3 所示。可以看出, 滤波前的数据是非连续的, 而且含有偶发奇异值。经过 Hampel 滤波后, 数据中的一部分空缺值被填补, 奇异值的影响也得到了有效抑制。Hampel 滤波作为前置滤波器起到了较好的奇异值剔除效果。

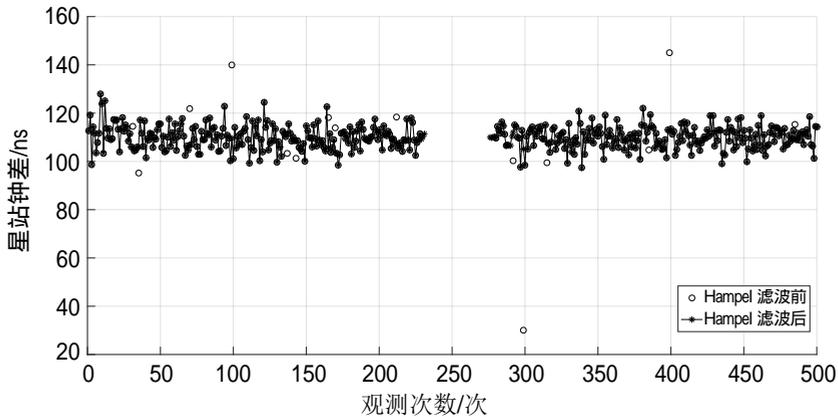


图3 Hampel 滤波器的作用

3.3 采用不同融合算法的融合模型性能比较

为了验证加权平均融合算法的有效性, 数据融合环节分别采用加权平均融合和等权平均融合。1 号卫星的融合结果如图 4 所示。从图 4 可以看出, 等权平均融合结果波动更大, 所有基准终端权重相同, 故障基准终端引入的误差得不到有效地抑制。相比之下, 加权平均融合则很好地抑制或消除了系统中持续时间较长的故障或误差, 使融合结果更加准确、可靠。

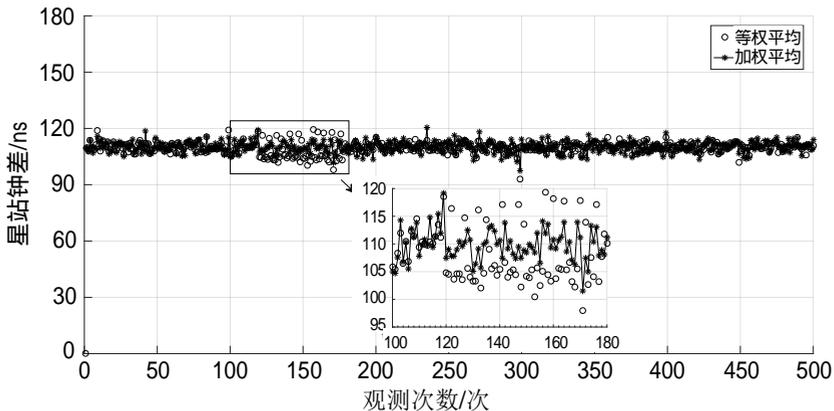


图4 等权平均和加权平均融合结果

3.4 采用不同跟踪滤波器的融合模型性能比较

设计两种集中式数据融合模型，其跟踪滤波器分别采用 Kalman 滤波和 α - β 滤波算法，前置滤波器均采用 Hampel 滤波，加权平均数据融合部分均采用最小方差估计方法动态分配各基准终端的权值。1 号卫星的相关数据如图 5 和图 6 所示。因为两种数据融合模型每一次为各基准终端分配的权值略有差别，所以加权平均融合结果略有不同，即跟踪滤波前的数据并不完全一致。

由图 5 和图 6 可见 Kalman 滤波器能够在输入值突变的情况下使跟踪滤波输出值缓慢平滑地变化至输入值附近，而 α - β 滤波器的跟踪滤波输出值会跟随输入值发生些许突变，跟踪效果稍弱。总体来说，Kalman 滤波适用于输入值分布范围较小的滤波场景，而 α - β 滤波更适合输入值平滑变化的滤波场景。

为了进一步量化数据融合模型的性能，依据两种数据融合模型仿真实验的输出结果计算了原始星站钟差观测数据的标准差和数据融合模型输出结果的标准差，如表 1 所示。与原始观测数据相比，在存在钟差奇异值和空缺值的前提下，两种数据融合模型均获得了标准差较低的星站钟差融合结果，即钟差波动程度降低，使融合结果更接近模拟钟差真实值。其中，Hampel 滤波在剔除异常值、平滑数据方面发挥了显著的作用，加权平均数据融合算法能够合理分配各基准终端的权值，使误差过大的基准终端占据了较小的权重，Kalman 滤波和 α - β 滤波算法在估计和预测真实星站钟差的同时也具有平滑数据的作用，所提出的集中式星站钟差融合方法模型具有较好的融合效果。

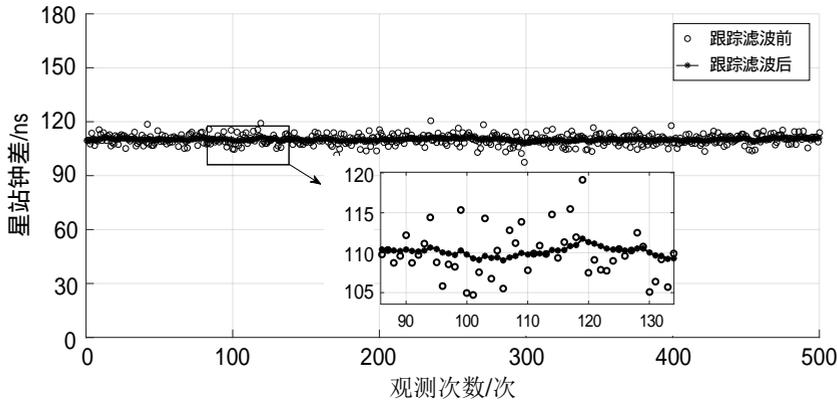


图 5 Hampel 滤波+动态加权平均+Kalman 滤波的数据融合性能

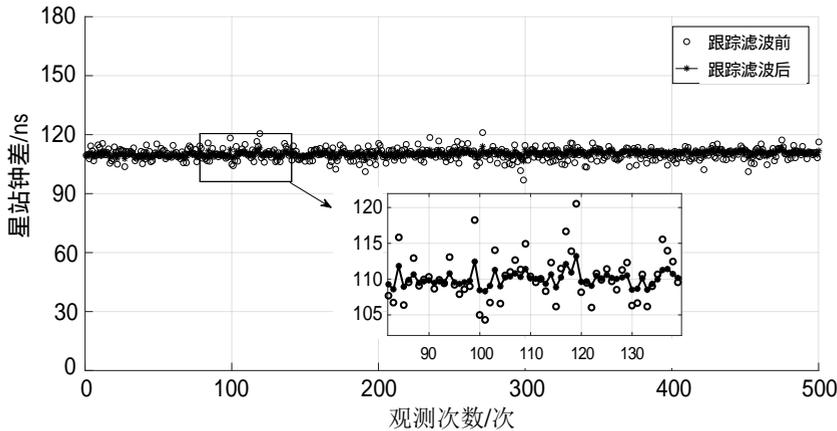


图 6 Hampel 滤波+动态加权平均+ α - β 滤波的数据融合性能

表 1 原始观测钟差与融合钟差的标准差比较

钟差来源	基准终端 1	基准终端 2	基准终端 3	基准终端 4	基准终端 5	采用 Kalman 滤波的数据融合模型	采用 α - β 滤波的数据融合模型
标准差/ns	6.614 6	11.268 4	4.851 8	4.845 0	5.830 6	0.597 4	1.057 4

4 结语

在本文所提出的面向 GNSS 共视授时应用的钟差数据融合方法中，针对基准终端观测数据的非连续特点，采用 Hampel 数字滤波来填补空缺观测值并实现奇异值判别与剔除。然后采用最小方差估计的方法计算观测数据的可靠度，依据本次观测数据与上一次融合结果之间的偏离程度为每个基准终端分配加权系数，实现星站钟差数据的动态加权平均。最后设计 Kalman 或 α - β 滤波器进行钟差数据的跟踪滤波，生成钟差融合终值，并为下一次数据融合的前置滤波提供参考值。相关研究结论可以为 GNSS 共视授时工程应用或多传感器数据融合提供方法或技术参考。

参考文献：

- [1] 许龙霞. 基于共视原理的卫星授时方法[D]. 西安: 中国科学院大学(中国科学院国家授时中心), 2012.
- [2] 陈瑞琼, 刘娅, 李孝辉. 基于改进的卫星共视法的远程时间比对研究[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(4): 757-63.
- [3] 陈婧亚, 许龙霞, 李孝辉, 等. 基于通信卫星的共视授时方法[J]. 中国科学(技术科学), 2019, 49(5): 543-51.
- [4] DEFRAIGNE P, BAIRE Q. Combining GPS and GLONASS for time and frequency transfer[J]. Advances in Space Research, 2010, 47(2): 265-275.
- [5] CHEN R Q, LIU Y, LI X H. The development of remote time frequency distribute system based on BD satellite common-view[C]// Proceedings of 2015 12th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments, 2015: 495-499.
- [6] DYCK R, ISLAM M S, ZARGAR A, et al. Application of data fusion in human health risk assessment for hydrocarbon mixtures on contaminated sites[J]. Toxicology, 2013, 313(2-3): 160-173.
- [7] CASTANEDO F. A review of data fusion techniques[J]. The Scientific World Journal, 2013: 1-19.
- [8] 潘泉, 于昕, 程咏梅, 等. 信息融合理论的基本方法与进展[J]. 自动化学报, 2003(4): 599-615.
- [9] LIU S. Multi-sensor data fusion algorithm based on BP neural network[C]// Proceedings of 4th International Conference on Data Mining, Communications and Information Technology (DMCIT 2020), 2020: 183-188.
- [10] VAIDEHI V, KALAVIDYA K, GANDHI S I. Cluster-based centralized data fusion for tracking maneuvering targets using interacting multiple model algorithm[J]. Sadhana: Academy Proceedings in Engineering Science, 2004, 29(2): 205-216.
- [11] RAHMANI M, ABOLHASANI M. State estimation for stochastic time varying multisensor systems with multiplicative noises: centralized and decentralized data fusion[J]. Asian Journal of Control, 2019, 21(4): 1-9.
- [12] PEARSON R K, NEUVO Y, ASTOLA J, et al. Generalized Hampel filters[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2016(1): 87.
- [13] SHAO S F, ZHANG K S, WANG S B. An improved multisensor self-adaptive weighted fusion algorithm based on discrete Kalman filtering[J]. Complexity, 2020: 1-9.
- [14] WANG C T, ZHU Y, HAN Z H. The application of data-level fusion algorithm based on adaptive-weighted and support degree in intelligent household greenhouse[C]// Proceedings of 2017 9th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC 2017), 2017: 803-808.
- [15] CAO J, XU W. Research of velocity detection based on the adaptive weighted average algorithm[C]// 2008 ISECS International Colloquium on Computing, Communication, Control, and Management, 2008: 70-73.
- [16] VELÁZQUEZ J M R, MAILLY F, NOUET P. Dynamic weighted average in multisensory systems[C]// 2019 Symposium on Design, Test, Integration & Packaging of MEMS and MOEMS (DTIP), 2019: 1-4.
- [17] 孟磊, 杨旭. 目标跟踪算法综述[J]. 自动化学报, 2019, 45(7): 1244-1260.
- [18] ZHANG X C, GUO C J. Cubature Kalman filters: derivation and extension[J]. Chinese Physics B, 2013, 22(12): 501-506.
- [19] GRAY J E, MURRAY W. A derivation of an analytic expression for the tracking index for the alpha-beta-gamma filter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(3): 1064-1065.