

引用格式: 杨廷高, 高玉平, 童明雷, 等. 基于卡尔曼滤波的综合脉冲星时驾驭原子时算法研究[J]. 时间频率学报, 2024, 47(3): 192-201.

基于卡尔曼滤波的综合脉冲星时 驾驭原子时算法研究

杨廷高^{1,2}, 高玉平^{1,2,3}, 童明雷^{1,2}, 李变^{1,2}, 赵成仕^{1,2}, 朱幸芝^{1,2}

- 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600;
- 时间基准及应用重点实验室(中国科学院), 西安 710600;
- 中国科学院大学 天文与空间科学学院, 北京 101408

摘要: 利用综合脉冲星时 (PT) 具有较好长期频率稳定度的优点, 将原子时驾驭到综合脉冲星时, 可以改进其长期频率稳定度水平。文章描述了综合脉冲星时驾驭原子时的卡尔曼滤波方法。以美国海军天文台地方原子时 TA (USNO) 为例, 采用卡尔曼滤波方法将地方原子时驾驭到国际原子时 TAI, 进而利用综合脉冲星时 PT 数据将其再驾驭到综合脉冲星时系统, 最后得到经过 2 次频率驾驭后的 PT-TA (USNO) 钟差序列。考虑到综合脉冲星时 PT 包含有较大白频噪声, 利用滤除其高频噪声后的 PT 驾驭原子时, 能够获得更佳频率驾驭效果, 驾驭后的钟差序列长期频率稳定度有明显提高。采用同样算法, 将美国国家标准和技术研究院地方原子时 TA (NIST) 驾驭到 TAI, 再驾驭到 PT, 也得到相似结果。

关键词: 脉冲星; 时间尺度; 频率驾驭; 卡尔曼滤波

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2024-03-0192-10

Algorithm of steering an atomic time-scale using ensemble pulsar time-scale based on Kalman filtration

YANG Ting-gao^{1,2}, GAO Yu-ping^{1,2,3}, TONG Ming-lei^{1,2},

LI Bian^{1,2}, ZHAO Cheng-shi^{1,2}, ZHU Xing-zhi^{1,2}

- National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;
- Key Laboratory of Time Reference and Application, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;
- School of Astronomy and Space Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 101408, China

Abstract: Ensemble pulsar time-scale (PT) derived from long term timing observations by pulsar timing array showed better long term frequency stability. Long term frequency stability of a steered atomic time-scale by ensemble pulsar time-scale can be improved. Kalman filtering method for steering an atomic time-scale using ensemble pulsar time-scale is described. As an example, the local atomic time-scale TA(USNO) kept by the

Naval Astronomical Observatory is steered to the International Atomic Time-scale (TAI) and then further to an established ensemble pulsar time-scale by Kalman filtration. Because the ensemble pulsar time-scale contains larger white noise, a smoothed ensemble pulsar time-scale is derived. TA(USNO) is steered to TAI and then further to the smoothed ensemble pulsar time-scale PT. Fractional frequency stability analysis showed that the long term frequency stability for TA(USNO) steered to the smoothed PT is much improved than both the original TAI-TA(USNO) and steered TAI-TA(USNO). Using TA(NIST) kept by the National Institute of Standards and Technology as another example for steering atomic time to ensemble pulsar time-scale, the similar result is obtained.

Key words: pulsar; time-scale; frequency steering; Kalman filtration

原子钟频率驾驭技术与方法在时间保持工作中有着重要应用。例如, 氢钟具有较高短期频率稳定度, 但存在着不可忽略的频率漂移, 通常建立和保持的综合原子时系统比任何氢钟具有更高长期频率稳定度, 将氢钟驾驭到综合原子时系统能够有效改进氢钟的频率稳定度水平。原子钟频率驾驭的基础问题是频率偏差的精确估计, 基于钟差序列数据的原子钟频率估计方法有卡尔曼滤波与二次三项式拟合等算法^[1-3]。

毫秒脉冲星长期计时观测的实践证明, 脉冲星自转具有较高长期频率稳定度^[4-5]。利用多颗毫秒脉冲星计时观测资料, 以国际原子时 TAI (International Atomic Time) 为参考构建的综合脉冲星时 PT (pulsar time-scale) 能够有效检测到 TAI 的系统误差。国际计量局 (BIPM) 利用频率基准 (primary clock) 和原子钟长期守时资料, 每年进行事后处理并发布的时间尺度为地球时 TT (BIPM_{xxxx}), 其中 xxxx 表示发布年份。为方便起见, 下文中将 TT(BIPM_{xxxx}) 简称为 TT。TT-TAI 被认为是目前国际上精度 (包括频率准确度和频率稳定度) 最高的时间序列。通常 TT-TAI 需要滞后 1 年才能得到。

目前, 国际上已经公开发布 65 颗毫秒脉冲星的长期计时观测资料, 其中部分毫秒脉冲星具有连续 20 多年的计时观测^[6-7]。利用这些公开的研究资料, 采用不同综合脉冲星时算法^[8-12], 至今已经先后发表了多个综合脉冲星时研究结果^[10-12]。这些综合脉冲星时研究结果利用的脉冲星数量不同, 采用的算法不同, 但以 TAI 为参考构建的综合脉冲星时 PT-TAI 都能够检测到 TAI 的系统误差^[13]。根据脉

冲星时间尺度原理, 构建的综合脉冲星时已经消除了频率漂移^[10-12], 不同研究者构建的 PT-TAI 基本上都与消除掉线性项 (频率差) 和二次项 (频率漂移) 的 TT-TAI 具有类似的系统性变化趋势^[13]。因此, PT 也可以被认为是完全独立于 TT 的另一个版本的地球时^[11,13]。TT 是利用原子钟守时资料构建, 而 PT 是利用脉冲星计时资料构建, 二者基于不同的物理机制, 彼此是独立的。频率稳定度分析表明, TT-TAI 具有较高短期频率稳定度, 但表现有明显长期红噪声^[5,12]。由于脉冲星计时精度 (目前平均约 1 μ s 水平) 远低于原子钟比对精度, PT-TAI 短期频率稳定度较差, 但长期频率稳定度与 TT-TAI 可比, 甚至更好^[5,12]。利用 PT-TAI 可以将用户参考原子钟或地方原子时驾驭到国际原子时 TAI, 进而再进一步驾驭到 PT, 以期获得具有较高长期频率稳定度水平的时间尺度^[14]。

作为频率驾驭方法研究实例, 我们选用美国海军天文台地方原子时 TA (USNO) 和美国国家标准和技术研究院地方原子时 TA (NIST) 作为被驾驭的原子时系统。TA (USNO) 和 TA (NIST) 相对 TAI 的钟差序列数据从 BIPM 网站下载得到。有关 TA (USNO) 和 TA (NIST) 的详细情况, 请参阅 BIPM 关于时间计量数据库资料。选取文献[11]发表的采用广义最小二乘法计算得到的综合脉冲星时 PT 作为频率驾驭方法研究的参考标准, 因为该综合脉冲星时 PT 与 TA (USNO) 或 TA (NIST) 具有最长时间段的共同时间跨度。频率驾驭方法采用卡尔曼滤波方法。通过这种纸面上的频率驾驭实例, 以期验证脉冲星时驾驭原子时的性能与效果。第 2 节简述频率驾驭的卡尔曼滤波方法与数学模型; 第

3 节给出频率驾驭计算结果与频率稳定度分析；最后是有问题讨论与结论。

1 频率驾驭卡尔曼滤波方法与数学模型

1.1 卡尔曼滤波方法简述

卡尔曼滤波是最小方差意义上的最优估计，滤波器建立在动力学系统上，能够减少随机干扰影响^[15-17]。用 \mathbf{X} 表示包括钟差、频率差和频率漂移参数的状态矢量， \mathbf{P} 表示状态矢量的协方差矩阵， Φ 表示状态转移矩阵， \mathbf{Q} 表示滤波器的过程噪声矩阵， \mathbf{Z} 为已知的观测数据矢量， \mathbf{H} 是描述观测数据矢量与状态矢量线性关系的矩阵， \mathbf{R} 表示观测数据的测量噪声矩阵，卡尔曼滤波方法可简述如下。

滤波器内状态矢量传递（利用状态转移矩阵 Φ_{k-1} 从 $k-1$ 时刻传递到 k 时刻，或者说从 $k-1$ 步传递到第 k 步）：

$$\mathbf{X}_{k|k-1} = \Phi_{k-1} \mathbf{X}_{k-1} \circ \quad (1)$$

滤波器内状态矢量的协方差矩阵传递（从 $k-1$ 时刻传递到 k 时刻）：

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \Phi_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \circ \quad (2)$$

计算滤波器增益：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \circ \quad (3)$$

式 (3) 中 \mathbf{R}_k 是 k 时刻外部测量输入数据的噪声。

利用外部测量进行状态矢量更新（ \mathbf{Z}_k 为测量输入数据矢量）：

$$\mathbf{X}_{k|k} = \mathbf{X}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_{k|k-1}] \circ \quad (4)$$

利用外部测量进行协方差矩阵更新：

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \circ \quad (5)$$

式 (5) 中 \mathbf{I} 是单位矩阵。继续下一步循环……。

用动态估计方法，计算每一步的 \mathbf{Q}_k ：

$$\mathbf{Q}_k = (\mathbf{X}_{k|k} - \mathbf{X}_{k|k-1})(\mathbf{X}_{k|k} - \mathbf{X}_{k|k-1})^T \circ \quad (6)$$

采用与计算 \mathbf{Q}_k 相同方法，动态地计算每一步的 \mathbf{R}_k 。

滤波器设置第一步，应该使各个参数的初始采用值尽量接近真值，初始采用值误差越小，滤波器收敛越快。滤波器性能指标最好利用滤波器收敛后

的输出结果进行评价。

1.2 频率驾驭的数学模型

假设被驾驭时间系统相对于参考标准时间系统在 k 时刻的钟差、频率差与频率漂移分别为 a_k 、 b_k 和 c_k ，同时假设两时间系统钟差序列数据点为等间距采样（卡尔曼滤波也适用于非等间距采样数据），采样间隔为 Δt ，则两时间系统在 $k+1$ 时刻的钟差可表示为

$$a_{k+1} = a_k + b_k \Delta t + \frac{1}{2} c_k \Delta t^2 + n_{k+1} \circ \quad (7)$$

式 (7) 中： n_{k+1} 是噪声项。式 (7) 是二次三项式数学模型。根据式 (7) 我们采用卡尔曼滤波器分别对两个时间系统钟差序列进行状态估计和预报。其中：已知的两时间序列的钟差值作为输入滤波器的观测数据，滤波器每一步需要估计的参数是钟差、频率差与频率漂移，三者构成滤波器的状态矢量。

采用二次三项式数学模型的卡尔曼滤波器状态转移矩阵为

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \frac{1}{2} \Delta t^2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \circ \quad (8)$$

式 (8) 中 Δt 是滤波器步长（采样时间间隔）。因为滤波器外部测量的输入数据矢量是已知的每一步的钟差值，测量矩阵为

$$\mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0] \circ \quad (9)$$

式 (9) 表示的测量矩阵描述了滤波器状态矢量与观测数据矢量之间的线性关系。

关于卡尔曼滤波器过程噪声矩阵 \mathbf{Q}_k ，可以采用式 (6) 近似计算，为更稳定地估计每一步的 \mathbf{Q}_k ，采用下式动态地进行计算^[1]：

$$\mathbf{Q}_k = \frac{\mathbf{Q}_{k-1} + (\mathbf{X}_{k|k} - \mathbf{X}_{k|k-1})(\mathbf{X}_{k|k} - \mathbf{X}_{k|k-1})^T}{2} \circ \quad (10)$$

每一步测量噪声矩阵 \mathbf{R}_k 的计算与 \mathbf{Q}_k 类似。

在本文中，所谓频率驾驭就是利用卡尔曼滤波器每一步估计的状态矢量按照式 (7) 将被驾驭时

间系统调整（改正）到参考标准时间系统上。

2 频率驾取计算结果与稳定度比较

2.1 频率驾取数据与计算结果

美国海军天文台地方原子时 TA (USNO) 和美国国家标准和技术研究院地方原子时 TA (NIST) 是两个被驾取的彼此独立时间尺度。TA (USNO) 相对于国际原子时 TAI 钟差（采样间隔为 5 d）TAI-TA (USNO) 和 TA (NIST) 相对于 TAI 钟差 TAI-TA (NIST) 数据如图 1 所示。图 1

横坐标是约化儒略日 MJD，纵坐标是钟差（单位：ns）。从图 1 可见，两个钟差序列呈现明显线性变化，表明两个地方原子时相对于参考标准 TAI 有明显的频率偏差，也会存在频率漂移。将图 1 所示两个钟差序列数据分别通过拟合二次三项式消除线性与二次项后，结果如图 2 所示。消除线性与二次项后的钟差数据仍含有明显高阶项波动，图 2 (a) 曲线 TAI-TA (USNO) 标准偏离为 73.8 ns；图 (2) b 曲线 TAI-TA (NIST) 标准偏离为 131.2 ns。

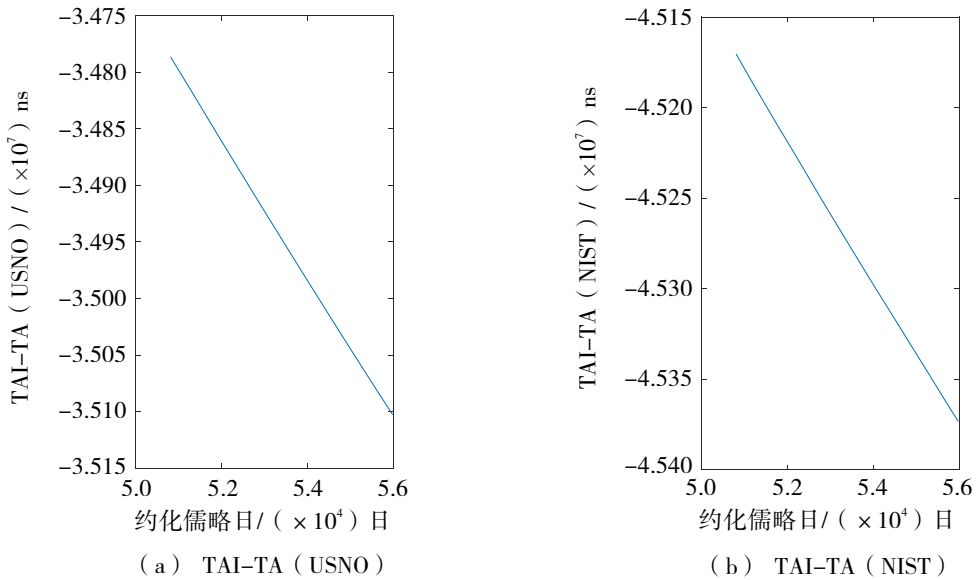


图 1 TAI-TA (USNO) 和 TAI-TA (NIST)

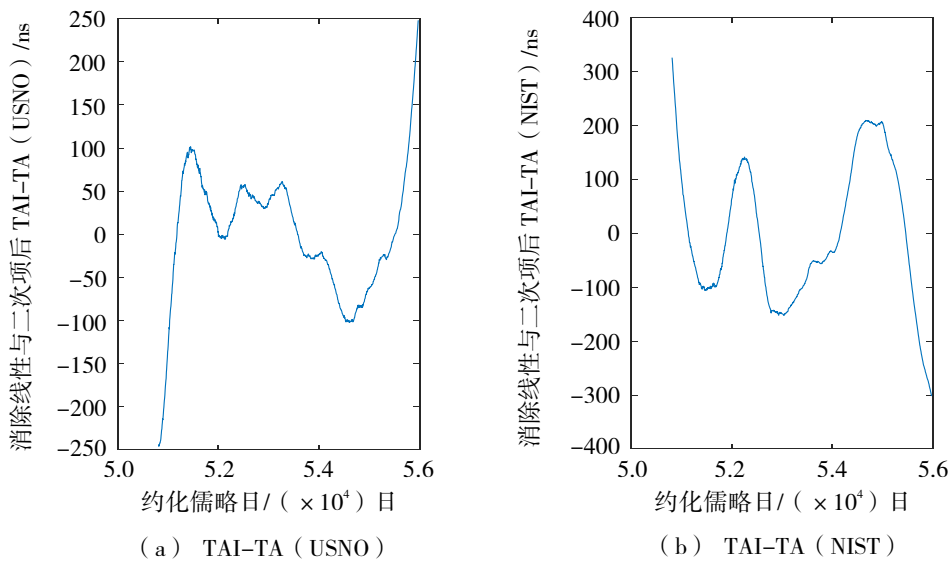


图 2 消除掉线性与二次项之后的 TAI-TA (USNO) 和 TAI-TA (NIST)

采用第 2 节描述的方法将图 1 所示 TAI-TA (USNO) 和 TAI-TA (NIST) 分别驾驭到 TAI。由于这两个钟差序列数据点的采样间隔为 5 d, 故卡尔曼滤波器步长 $\Delta t = 5$ d。滤波器输入数据是图 1 所示钟差序列, 利用卡尔曼滤波器第 k 时刻的输出参数 a_k (钟差)、 b_k (频率偏差) 和 c_k (频率漂移), 按照式 (7) 计算得到第 $k+1$ 时刻修正后的 TAI-TA (USNO) 或 TAI-TA (NIST) 钟差 a_{k+1} 。采用卡尔曼滤波方法, 用 TAI 分别驾驭两个地方原子时的钟差序列残差如图 3 所示。图 3 (a) 是驾驭后的 TAI-TA (USNO); 图 3 (b) 是驾驭后

TAI-TA (NIST)。图 3 (a) 和 (b) 两图, 开始几个数据点残差较大, 主要来自于滤波器参数采用值误差与噪声矩阵的不确定性。可看出, 滤波器很快收敛到稳定状态。但滤波器收敛后, 图 (b) 残差波动比图 (a) 大, 主要是因为被驾驭的原始数据 TAI-TA (NIST) 比 TAI-TA (USNO) 波动更大的缘故 (见图 2)。图 3 (b) 右边残差曲线的两个最大下凹处分别与图 2 (b) 钟差曲线的两个上凸处近似相关。被驾驭后 TAI-TA (USNO) 和 TAI-TA (NIST) 残差 (不包括滤波器收敛前的约 10 个数据点) 的标准偏离分别为 1.8 ns 和 3.1 ns。

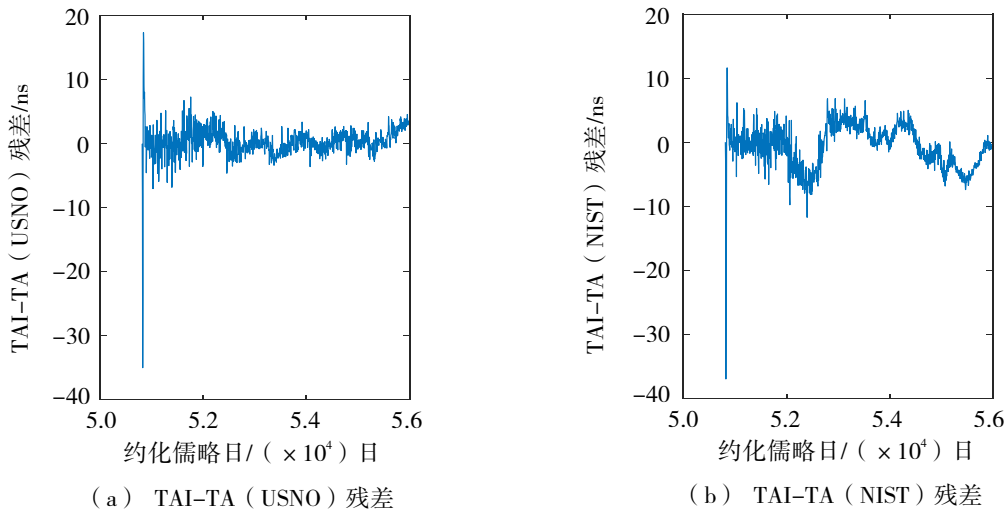


图 3 驾驭到 TAI 后的 TAI-TA (USNO) 残差和 TAI-TA (NIST) 残差

考虑到 TAI 误差, 并利用综合脉冲星时具有较高长期频率稳定度的优点, 我们进一步试验将驾驭到 TAI 后的地方原子时再驾驭到综合脉冲星时。文献[11]发表的综合脉冲星时 (称为 PT) 具有能够覆盖图 1 所示 TAI-TA (USNO) 或 TAI-TA (NTSC) 的时间跨度, PT-TAI (采样间隔为 180 d) 钟差序

列数据点及其误差见图 4。图 4 同时给出了地球时 TT 与 TAI 的钟差曲线 TT-TAI。因为 PT-TAI 不包含线性与二次项, 图 4 所示 TT-TAI 也消除了线性与二次项。从图 4 可见, PT-TAI 与 TT-TAI 具有相似变化趋势, 但 PT-TAI 数据点具有较大测量误差, 因而包含较大白噪声。

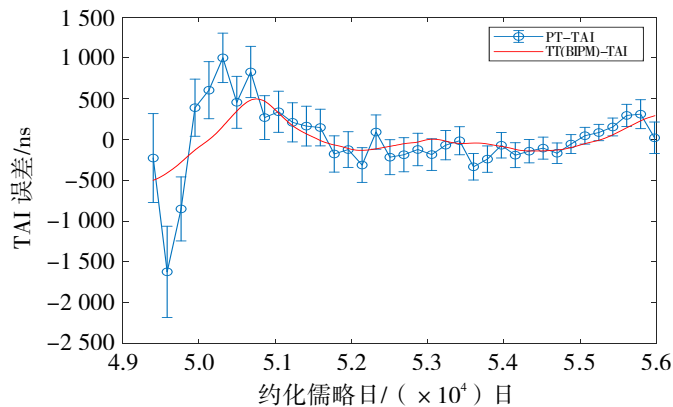


图 4 PT-TAI (蓝线) 和 TT-TAI 比较

考虑到与 TAI-TA (USNO)或 TAI-TA (NIST) 数据时间跨度一致性，只能用 MJD 50 678 之后的综合脉冲星时 PT-TAI 数据。因 PT-TAI 采样

间隔为 180 d，我们进行 5 d 间隔的线性内插，得到具有 5 d 间隔数据点的 PT-TAI，结果如图 5 所示。

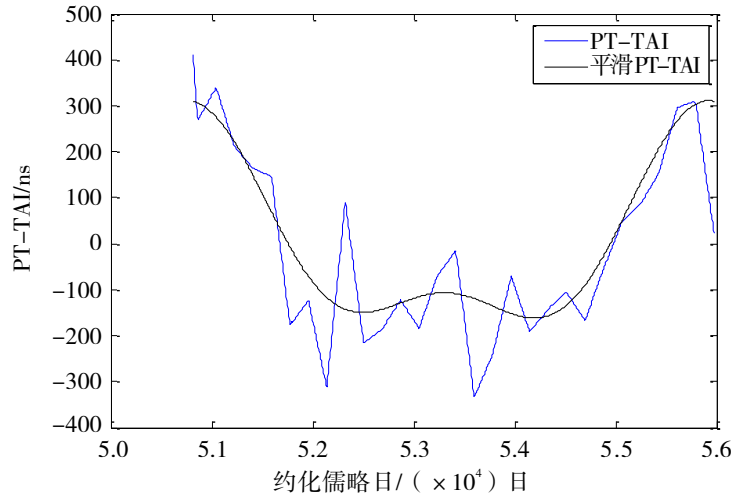
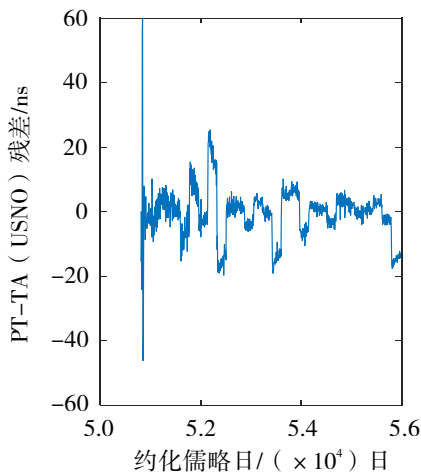


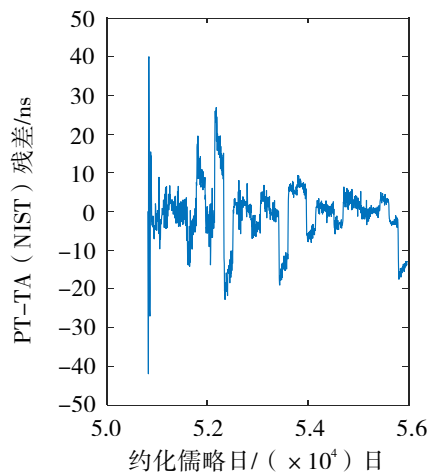
图 5 5 d 间隔内插得到的 PT-TAI 与其平滑后的结果

采用第 2 节描述的方法与数学模型，我们分别将驾取到 TAI 的两个地方原子时，即图 3 所示残差数据与图 5 所示 5 d 间隔内插得到的 PT-TAI 相加，得到 PT-TA (USNO) 和 PT-TA (NIST) 数据序列。将这两列数据分别作为滤波器输入数据，采用卡尔曼滤波方法，进一步再分别将 TA (USNO) 和 TA (NIST) 驾取到综合脉冲星时 PT。所得结果见图 6，图 6 (a) 是驾取 (滤波) 后的 PT-TA

(USNO)，图 6 (b) 是驾取后的 PT-TA (NIST)。图 6 所示两列数据具有几乎相同的短期波动特征，这种短期波动主要来自于综合脉冲星时的测量误差。两列数据在滤波器收敛后的残差标准偏离都是 7.1 ns。标准偏离都大于将两个地方原子时分别驾取到 TAI 后的对应标准偏离数值 (见表 1)。标准偏离变大的原因来自于综合脉冲星时的测量误差。



(a) PT-TA (USNO) 残差



(b) PT-TA (NIST) 残差

图 6 驾取到 TAI，然后再驾取到综合脉冲星时 PT 后的 PT-TA (USNO) 残差和 PT-TA (NIST) 残差

考虑到综合脉冲星时 PT-TAI 包含有测量误差引起的较大白噪声，我们设计合适低通滤波器，滤

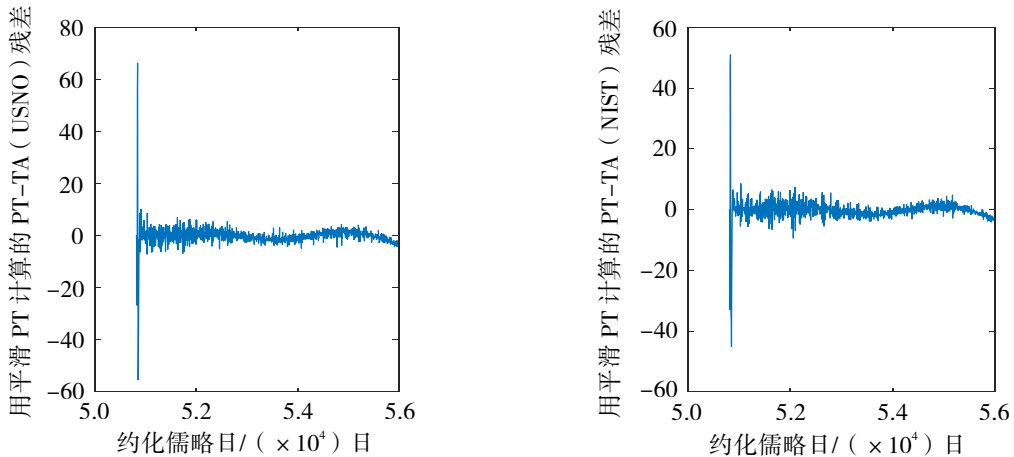
除综合脉冲星时的高频噪声，保留感兴趣的综合脉冲星时低频信号。我们采用在频域滤波的平滑方

法：将线性内插后 PT-TAI 进行傅里叶变换，为防止频谱渗漏问题，进行傅里叶变换时，引入了平滑窗函数。对 PT-TAI 进行傅里叶变换后，只采用傅里叶频率低于 1/800 d 的信号进行逆变换，从而得到平滑后的 PT-TAI，见图 5。因为 TAI 误差信号的频率是低于 1/800 d 的，高频部分可看作噪声^[3,5]。

利用平滑后的 PT-TAI，对已经驾取到 TAI 系统的 TA (USNO) 和 TA (NIST) 再分别驾取到平

滑后的综合脉冲星时 PT 系统，最终得到图 7 所示的滤波后的 PT-TA (USNO) (图 7(a)) 和 PT-TA (NIST) 残差 (图 7(b)) 数据。图 7 所示两列残差数据都消除了图 6 所示残差数据的短期波动特征。滤波器收敛后，两列数据的标准偏离都是 2.1 ns。

有关两个地方原子时及其滤波后残差标准偏离的比较，见表 1。



(a) 用平滑 PT 计算的 PT-TA (USNO) 残差 (b) 用平滑 PT 计算的 PT-TA (NIST) 残差
图 7 驾取到 TAI，然后再驾取到平滑后综合脉冲星时 PT 的 PT-TA (USNO) 残差和 PT-TA (NIST) 残差

表 1 滤波器收敛后钟差序列的标准偏离 单位：ns

地方原子时 TA	消除线性与二次项后 TAI-TA	滤波后 TAI-TA	滤波后 PT-TA	平滑 PT-TAI 滤波后 PT-TA
TA (USNO)	73.8	1.8	7.1	2.1
TA (NIST)	131.2	3.1	7.1	2.1

应该指出的是，这里，我们可以通过 TAI-TA (USNO) 和内插后的 PT-TAI 相加，计算得到 PT-TA (USNO)，并直接将 TA (USNO) 驾取到 PT。对 TA (NIST) 也可做同样处理。但作为脉冲星时驾取原子时的应用，本文给出的双重频率驾取方法仍具有更普遍的实际应用价值。例如，将氢钟作为提供实时时频信号的物理钟，为得到既有综合原子时短稳又具有综合脉冲星时长稳的氢钟输出，需要将氢钟驾取 (如每天驾取一次) 到综合原子时系统，进而再驾取 (如每月驾取一次) 到综合脉冲星时系统。这时，双重驾取是完全必要的。

2.2 时间尺度的频率稳定度比较

现在分 4 种情况分别评价各个不同钟差序列

数据的频率稳定度。

- ① 没有经过频率驾取的 TAI-TA (USNO) 原始钟差序列的频率稳定度；
- ② 利用卡尔曼滤波，将 TA (USNO) 驾取到 TAI 后 TAI-TA (USNO) 残差的频率稳定度；
- ③ 利用卡尔曼滤波，将 TA (USNO) 驾取到 TAI，进一步，再驾取到综合脉冲星时 PT 后 PT-TA (USNO) 残差的频率稳定度；
- ④ 利用卡尔曼滤波，将 TA (USNO) 驾取到 TAI，进一步，再驾取到经过平滑的综合脉冲星时 PT 后 PT-TA (USNO) 残差的频率稳定度。对于地方原子时 TA (NIST) 也做同样处理。

我们采用 σ_z 方法估计上述 4 种钟差序列的相对频率稳定度。与 Allan 方差不同， σ_z 是对确定的时间间隔内钟差数据进行三次多项式拟合，用

拟合得到的三次项的系数定义的^[5]。因而， σ_z 对脉冲星时或原子时的频率漂移率是灵敏的。因为钟驾驭数学模型是二次三项式，基本消除了频率漂移（二次项）对稳定度估计的影响。 σ_z 反映的主要是三次项的影响，所以 σ_z 比 Allan 偏离更适用于估计频率驾驭后钟差序列的频率稳定度。

表 2 给出与 TA (USNO) 相关的 4 种钟差序列频率稳定度数值 $\log_{10} \sigma_z$ 的比较，并绘于图 8。我们利用每个钟差序列的全部数据点（包括滤波器收敛前的数据点）计算频率稳定度。从图 8 和表 2 可看出，将 TA (USNO) 驾驭后，大约 300 d 以上的频率稳定度都好于没有被驾驭的 TAI-TA (USNO)。由于 PT 测量误差（白噪声）影响，将 TA (USNO) 驾驭到 PT 后的长期频率稳定度低于驾驭到 TAI 后的相应频率稳定度，但将 TA (USNO) 驾驭到平滑的 PT 后的长期频率稳定度

明显好于驾驭到 TAI 后的结果。

被驾驭后钟差序列在大约 160 d 以内短期采样的频率稳定度低于原始 TAI-TA (USNO)。这与卡尔曼滤波器收敛前的初始状态不稳定性有关，但主要是因为频率驾驭本身又不可避免地叠加了部分白噪声的缘故。频率驾驭采用二次三项式数学模型，卡尔曼滤波输出的钟差、频率偏差与频率漂移本身并不是纯粹信号，仍具有不同程度的误差，从误差传递理论可知，驾驭后的钟差序列短稳会变差。

表 3 给出与 TA (NIST) 相关的 4 种钟差序列频率稳定度数值 $\log_{10} \sigma_z$ 的比较，并绘于图 9。这 4 种钟差序列的频率稳定度与表 2 和图 8 所示的关于 TA (USNO) 的相应钟差序列的频率稳定度具有相似的特征。

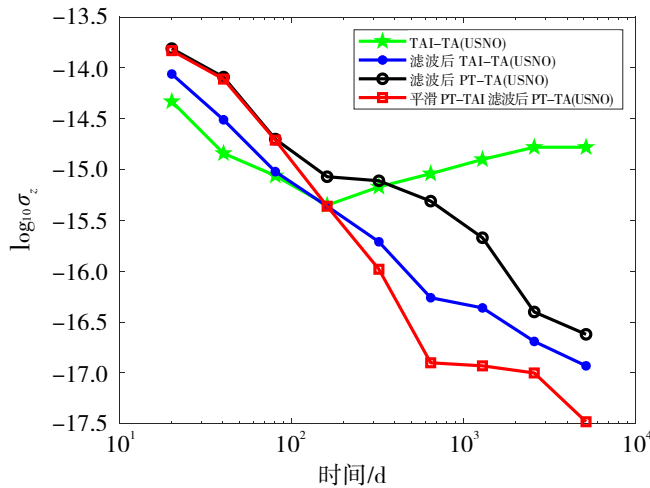


图 8 关于 TA (UANO) 的 4 种钟差序列的 σ_z

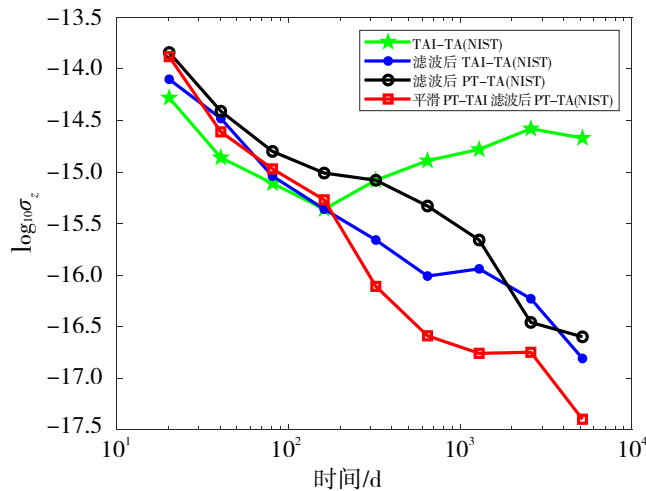


图 9 关于 TA (NIST) 的 4 种钟差序列的 σ_z

表 2 关于 TA (USNO) 的 4 种钟差序列的 $\log_{10} \sigma_{\tau}$ 比较

时间间隔/d	TAI-TA (USNO)	滤波后 TAI-TA (USNO)	滤波后 PT-TA (USNO)	平滑 PT-TAI 滤波后 PT-TA (USNO)
20.2	-14.33	-14.06	-13.81	-13.83
40.3	-14.84	-14.51	-14.09	-14.11
80.6	-15.06	-15.02	-14.70	-14.71
161.3	-15.35	-15.36	-15.07	-15.36
322.5	-15.17	-15.71	-15.11	-15.98
645.0	-15.04	-16.26	-15.31	-16.90
1 290.0	-14.90	-16.36	-15.67	-16.93
2 580.0	-14.78	-16.69	-16.40	-16.73
5 160.0	-14.78	-16.93	-16.62	-17.48

表 3 关于 TA (NIST) 的 4 种钟差序列的 $\log_{10} \sigma_{\tau}$ 比较

时间间隔/d	TAI-TA (NIST)	滤波后 TAI-TA (NIST)	滤波后 PT-TA (NIST)	平滑 PT-TAI 滤波后 PT-TA (NIST)
20.2	-14.28	-14.10	-13.84	-13.88
40.3	-14.86	-14.48	-14.41	-14.61
80.6	-15.11	-15.04	-14.80	-14.97
161.3	-15.36	-15.36	-15.01	-15.27
322.5	-15.08	-15.66	-15.08	-16.11
645.0	-14.89	-16.01	-15.33	-16.59
1 290.0	-14.78	-15.94	-15.66	-16.76
2 580.0	-14.58	-16.23	-16.46	-16.75
5 160.0	-14.67	-16.81	-16.60	-17.40

3 讨论与结论

用综合脉冲星时驾驭原子时,采用卡尔曼滤波方法能够精确估计每一步的状态参数,滤波器收敛较快,能够得到可靠的频率驾驭结果。卡尔曼滤波器性能与测量误差和过程噪声估计密切相关,最好动态地估计观测数据的测量噪声和滤波器的过程噪声。

卡尔曼滤波方法同样适用于用户原子钟的频率驾驭,包括综合原子时驾驭原子钟,或综合原子时与脉冲星时双重驾驭原子钟等应用^[14]。

目前得到的综合脉冲星时仍然包括较大白噪声。利用平滑后的综合脉冲星时驾驭原子时,可以明显改进原子时长期频率稳定度。通过综合原子时与平滑后综合脉冲星时双重驾驭,能够有效提升被驾驭者的频率稳定度水平,但短稳仍在一定程度上受到目前综合脉冲星时噪声的影响。

为有效减小综合脉冲星时的噪声水平,努力提高脉冲星脉冲到达时间 (TOA) 测量精度与尽量缩短 TOA 采样时间间隔 (加密 TOA 数据点) 是非常必要的。

参考文献：

- [1] 李孝辉, 吴海涛, 高海军, 等. 用 Kalman 滤波器对原子钟进行控制[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(4): 551-554.
- [2] 赵书红, 王正明, 尹东山. 主钟的频率驾驭算法研究[J]. 天文学报, 2014, 55(4): 313-321.
- [3] GUINOT B. Atomic time-scale for pulsar studies and other demanding applications[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1988: 192: 370-373.
- [4] PETIT G, TAVELLA P. Pulsars and time scales[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1996, 308: 290-298.
- [5] MATSAKIS D, TAYLOR J, EUBANKS T. A statistic for describing pulsar and clock stabilities[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1997, 326: 924-928.
- [6] VERBIEST J P W, LENTATI L, HOBBS G, et al. The international pulsar timing array: first data release[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, 458: 1267-1288.
- [7] PERERA B B P, DECESAR M E, DEMOREST P B, et al. The international pulsar timing array: second data release[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019, 490: 4666-4687.
- [8] 仲崇霞, 杨廷高. 小波域中的维纳滤波在综合脉冲星时算法中的应用[J]. 物理学报, 2007, 5(10): 6157-6163.
- [9] RODIN A E. Optimal filter for the construction of the ensemble pulsar time[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2008, 387: 1583-1588.
- [10] HOBBS G, COLES W, MANCHESTER R N, et al. Development of a pulsar-based time scale[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2012, 427: 2780-2787.
- [11] HOBBS G, GUO L, CABALLERO R N, et al. A pulsar-based time-scale from the international pulsar timing array[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2020, 491: 5951-5965.
- [12] YANG T G, TONG M L, GAO Y P. Wiener filtration algorithm of an ensemble pulsar timescale based on a power-law model of pulsar power spectrum[J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2022, 22: 105012.
- [13] 杨廷高, 高玉平, 童明雷, 等. 综合脉冲星时研究进展[J]. 航空学报, 2023, 44(3): 526443.
- [14] R PÍRIZ, GARBIN E, KEITH M et al. PulChron: a pulsar time scale demonstration for PNT systems[C] // *Proceedings of the 2019 Precise Time and Time Interval Meeting*, Reston: [s.n.], 2019.
- [15] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineering-Journal of Basic Engineering*, 1960, 82(D): 35-45.
- [16] BROWN R, HWANG P. Introduction to random signals and applied Kalman filtering[M]. New York: John Wiley and Sons Incorporated, 1983.
- [17] SHEIKH S I, PINES D J, RAY P S, et al. The use of X-Ray pulsars for spacecraft navigation[C] // *14th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference*, 2004: AAS 04-109.