

引用格式: 杨鑫琪, 杨欣, 常虹, 等. 多相位奇点可控晶格光场的制备研究[J]. 时间频率学报, 2025, 48(1): 1-7.

多相位奇点可控晶格光场的制备研究

杨鑫琪^{1,2,3}, 杨欣⁴, 常虹^{1,2,3}, 马燕^{1,2,3}, 曹明涛^{1,2,3}, 董瑞芳^{1,2,3}, 张首刚^{1,2,3}

- 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600;
- 中国科学院大学, 北京 100049;
- 时间基准及应用重点实验室(中国科学院), 西安 710600;
- 西安交通大学 量子信息与光电量子器件重点实验室, 西安 710049

摘要: 多偏振奇点晶格光场以其独特的强度、偏振和相位分布, 在光晶格原子钟操控、多比特原子钟纠缠等领域展现出显著的应用潜力。目前制备偏振奇点可控的晶格光场面临一系列较大的技术挑战, 文章提出了一种创新方案。我们利用空间光调制器将一束高斯光调制成多光束阵列, 再通过 Q 板对这些光束的偏振态进行精准控制, 最终通过多光束干涉产生了偏振分布非均匀的奇点光场。此方案的关键创新在于能够灵活调整光束阵列中各光束的数量、振幅和相位, 继而实现多种多偏振奇点光场的生成。该研究为多偏振奇点晶格光场的制备提供了一种通用性强、简便易行且灵活操控的新途径, 使在原子钟内构造立体光晶格成为可能, 可以作为提高原子钟性能的重要潜在实验工具。

关键词: 矢量场; 偏振奇点; 光学晶格

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2025-01-0001-07

Research on the preparation of controlled lattice light field for multi-phase singularities

YANG Xin-qi^{1,2,3}, YANG Xin⁴, CHANG Hong^{1,2,3}, MA Yan^{1,2,3}, CAO Ming-tao^{1,2,3},

DONG Rui-fang^{1,2,3}, ZHANG Shou-gang^{1,2,3}

- National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;
- University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
- Key Laboratory of Time Reference and Applications, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;
- Shaanxi Key Laboratory of Quantum Information and Quantum Optoelectronic Devices, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract: Because of its unique intensity, polarization and phase distribution, the multi-polarization singular lattice light field has shown significant application potential in the field of optical lattice atomic clock manipulation and multi-bit atomic clock entanglement. At present, the preparation of lattice light field with

收稿日期: 2024-04-02; 接受日期: 2024-05-21

基金项目: 国家自然科学基金(12033007; 61801458); 陕西省技术创新引导专项(1P2024000059)

polarization singularities controlled faces a series of big technical challenges. In this paper, an innovative scheme is proposed. We use a spatial light modulator to modulate a Gaussian beam into a multi-beam array, and then control the polarization state of these beams accurately through Q-plate, and finally generate a singular light field with non-uniform polarization distribution through multi-beam interference. The key innovation of this scheme is that it can flexibly adjust the number, amplitude and phase of each beam in the beam array, and then realize the generation of multiple multi-polarization singular light fields. This study provides a new way for the preparation of multi-polarization singular lattice light field, which is universal, simple and flexible, and makes it possible to construct three-dimensional optical lattice in atomic clocks, which can be used as an important potential experimental tool to improve the performance of atomic clocks.

Key words: vector field; polarization singularities; optical lattice

奇点光学作为现代光学的一个新兴分支, 主要探讨光场中相位和偏振奇点附近的波前结构和拓扑性质。这一领域的研究起源可追溯至 1974 年, 当时科学家们首次发现光场相位奇异性^[1], 揭示了相位不确定性导致的光场振幅为零现象。与此类似, 光场在其偏振奇点处, 由于相位畸变特性展现出复杂的偏振模式, 这在矢量光场中尤为明显。根据相位畸变的特性, 偏振奇点可以被分类为奇点环、奇点线和奇点阵 3 种类型。奇点光场的这些特性在生物学^[2-10]、通信^[11-16]、光学加工^[17-18]和天文学^[19]等众多应用领域中都显示出巨大的应用前景。通常情况下, 奇点光场仅含单一奇点, 但通过光学调控技术, 可以实现从单奇点向更复杂的多奇点结构的转变。这种多样化的光场结构及其特性, 在粒子操控、超分辨成像、光通信等领域展现了广泛的应用潜力。

当前, 多奇点结构光场的生成主要基于多波干涉^[20]和衍射元件^[21]。例如, 2012 年 P. Senthilkumaran 课题组^[22]基于非共面线偏振光干涉原理, 使用空间光调制器和涡旋半波片, 成功制备出 C 点和 V 点晶格等多种偏振奇点光晶格结构。随后, D. Ye 和 X. Peng^[23]在 2016 年基于正交线偏振光的振幅和相位调制, 利用适当的幅相分布函数来控制极化奇点的极化状态, 数值生成了极化奇点阵列。2017 年 Ruchi 小组^[24]通过多个线性极化偏振的平面波干涉产生了具有平移周期性的 V 点偏振奇点阵列, 通过对 S 波板的合理调整, 实现 V 点极化奇点的所有一阶简并态。2022 年王良伟和刘方德等人^[25], 采用权重 Gerchberg-

Saxton 算法生成多种形状的光晶格全息图, 再通过液晶型空间光调制器和高分辨率光学系统, 把全息图变换到实空间构造出多种形状的二维晶格阵列, 该方法通用性强、操作灵活有助于拓展光晶格中超冷原子量子模拟的应用。

与传统的离子光学原子钟相比, 光晶格原子钟在光晶格上采用多粒子系统措施来进一步提高时间的测量精度。通过“运行魔术波长”和“魔术阱深”等技术来抑制晶格光交流斯塔克频移和原子间相互作用的密度频移, 降低光晶格原子钟系统的不确定度。从光晶格原子钟方案的提出, 到 2005 年 H. Katori 小组^[26-27]世界第一台 ^{87}Sr 光晶格原子钟的实现, 推动了科研人员对光晶格原子钟的研究热潮。随着技术的不断突破, 美国天体联合物理实验室^[28-31]、法国巴黎天文台^[32]、美国国家标准局 (NIST)^[33-34]和中国科学院国家授时中心 (NTSC)^[35]等分别在光晶格原子钟方面取得了一定的研究成果, 部分成果已处于国际领先。光晶格原子钟的快速发展对光场晶格制备和调控技术的要求也不断提高, 实现自由度可控的光场晶格制备对进一步提高光钟稳定度具有一定潜在应用前景。

在本文中, 我们利用空间光调制器和一阶的聚合物真零级涡旋半波片 (Q-plate) 的结合, 有效地通过携带不同偏振态的多光束干涉产生了空间多偏振涡旋奇点。通过调整多光束的相对相位和空间位置, 我们实验演示了对三角晶格、正方晶格以及六角晶格中的多偏振奇点的有效和快速的调控。本研究为空间多偏振奇点光场的产生提供了新的研究手段, 为多维光晶格原子钟的调控

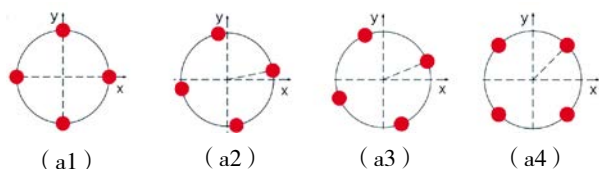
提供新的可能性。

1 理论模型

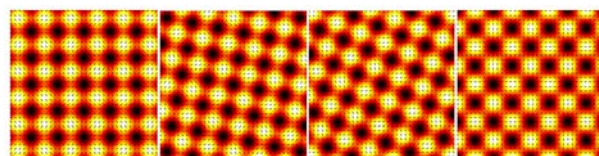
本文采用多光束干涉的方法来构造多偏振奇点的矢量晶格光场。以四束光为例，假设其对称分布于一个圆周上，则四束光的电场振幅可以表示为

$$E_j = e^{ikx \cos \alpha_j +iky \sin \alpha_j + \varphi_j} \quad (1)$$

式 (1) 中：角标 j 表示四束光编号，其取值范围为 $1 \leq j \leq 4$ 。 k 为光束的波矢，每束光的空间坐标为 $(x \cos \alpha_j, y \sin \alpha_j)$ ， α_j 为方位角， φ_j 为光束的初始相位。随后，通过 Q-plate 同时改变四束光的偏振态。如果四束光的方位角 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = (0, \pi/2, \pi, 3\pi/2)$ ，且 Q-plate 的光轴沿 x 轴方向，则四束光的偏振分别为水平、竖直、水平、竖直。将这四束光进行干涉，理论模拟得到偏振晶格如图 1 中 (b1) 所示。将四束光沿坐标原点进行旋转，当四束光的方位角分别为 $(\pi/16, 9\pi/16, 17\pi/16, 25\pi/16)$ 、 $(\pi/8, 5\pi/8, 9\pi/8, 13\pi/8)$ 、 $(\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4)$ 时，构造的偏振晶格分别如图 1 (b2) ~ (b4) 所示。可以看出，仅通过改变四束光的方位角即可对偏振晶格进行灵活调控。



(a) 四光束空间位置分布图



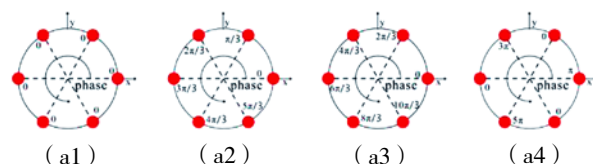
(b1) (b2) (b3) (b4)

(b) 矢量晶格光场理论模拟图

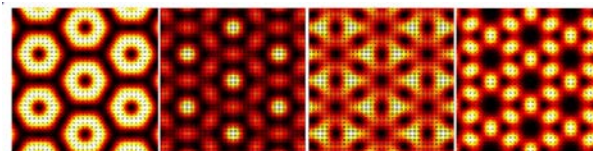
图 1 空间位置依赖的四光束干涉产生矢量晶格的理论模拟

不同偏振多光束干涉生成的晶格光场，其强度、偏振分布不仅依赖于光场的空间位置，更依赖于光场之间的相对相位。以六束光干涉为基础，在六束光分别位于特定的方位角 $(\pi/6, \pi/2, 5\pi/6, 7\pi/6, 3\pi/2, 11\pi/6)$ 条件下，对六光束附加不同相位所生成的矢量晶格结构进行了理论分析，结

果如图 2 所示。图 2 (b1) 为六束光场无相位差时干涉所产生的晶格，可以看出此时六光束干涉有效产生了空间多径向矢量光束。接下来我们讨论将六光束的相对相位调制为 $0 \sim 5\pi/3$ 、 $0 \sim 10\pi/3$ 渐变，相邻两光束相位差 $\pi/3$ 以及 $2\pi/3$ (如图 2 (a2) 和 2 (a3) 所示) 的情况。当相邻两光束相位差 $\pi/3$ 时，空间多矢量光场变为花瓣状光强分布，且偏振奇点逐渐消失，圆偏振分量占据主导，如图 2 (b2) 所示。当相邻两光束相位差 $2\pi/3$ 时，偏振奇点出现，且展现出杂化矢量光的奇点分布特性，如图 2 (b3) 所示。最后本文也对非连续相位变化下的六光束干涉做了理论分析 (如图 2 (b4) 所示)，在特定相位差 (如图 2 (a4) 所示) 的条件下，其干涉场光强分布呈花瓣状，且展示出三角形以及六边形的偏振奇点分布。



(a) 六光束空间位置分布图



(b1) (b2) (b3) (b4)

(b) 矢量晶格光场理论模拟图

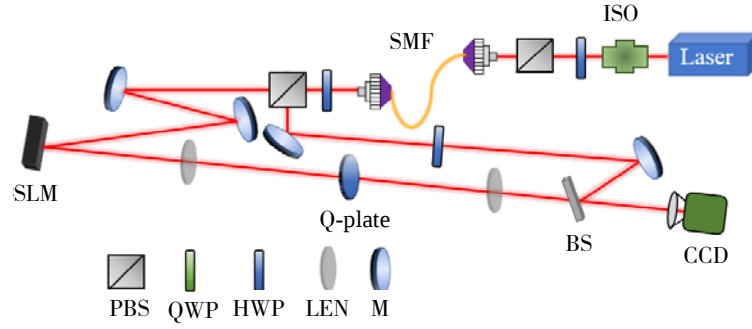
图 2 相位依赖的六光束干涉产生矢量晶格的理论模拟

2 实验装置

在本研究中，我们利用空间光调制器 (SLM) 将一束高斯光调制成多光束阵列，通过改变多光束阵列中光束数量、偏振及相位所产生的多偏振奇点晶格光场进行研究。如图 3 所示，我们的实验装置采用波长为 780 nm 的外腔半导体激光器作为实验光源。该激光器的输出经过半波片 (HWP) 和偏振分光棱镜 (PBS) 进行功率调节，并通过单模光纤提高光场的模式质量。光纤输出的高斯光束经过 HWP 和 PBS 分成两路，其中透射光束用于产生矢量光晶格，而反射的光束用作参考光，与晶格场进行干涉以研究光场的偏振奇点。我们

利用一个加载了特定光栅的 SLM 将水平偏振的透射光调制成标量晶格光场，并通过两个焦距为 500 mm 透镜组成 4F 系统成像至 CCD 相机。值得注意的是，我们在第一个透镜的焦点处放置了一个 Q-plate 用于实现多光束的偏振调制。通过调整

SLM 上的光栅参数，来控制多光束的空间位置和相对相位，进而构造出依赖于空间位置和相位的矢量晶格。通过上述实验装置，我们对不同偏振态下的三光束、四光束、六光束干涉构成的矢量晶格进行研究。



注：ISO：光隔离器；SMF：单模光纤；SLM：空间光调制器；Q-plate：涡旋半波片；PBS：偏振分束器；BS：分光棱镜；M：反射镜；CCD：工业相机；QWP：四分之一波片；HWP：二分之一波片；LEN：分光棱镜

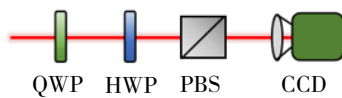
图 3 制备晶格光场实验装置示意图

3 实验结果

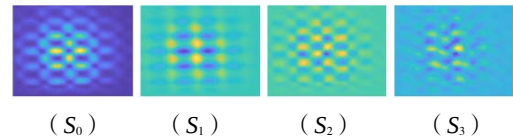
实验上，首先将 Q-plate 的快轴设置为水平方向。随后，在 SLM 上加载正方晶格对应的光栅进行光场调制。调制后的光场在第一个透镜的傅里叶面上呈现四个光点的空间分布。紧接着，通过 Q-plate 将不同位置的光点调制为不同的偏振分布（如图 4（c）左上角小图所示）。接下来，由于四光束相互干涉，在第二个透镜的傅里叶面上会得到具有空间偏振分布的正方晶格光场，即正方矢量晶格。为了检验生成的正方矢量晶格光场的偏振特

性，本文采用斯托克斯偏振测量法来重构光场的偏振分布。偏振测量系统由四分之一波片（QWP）、HWP、PBS 和 CCD 相机组成（如图 4（a）所示）。

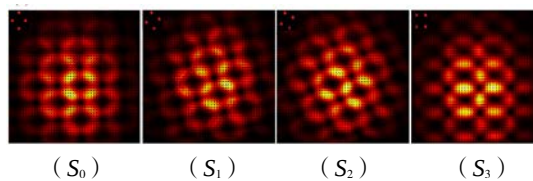
利用上述偏振测量系统，我们首先测试了初始相位为 0、方位角为 $(\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4)$ 的四光束远场干涉偏振分布，其结果如图 4（b）所示，其中， S_0 表示光场的总强度， S_1 表示光场的水平偏振与垂直偏振分量， S_2 表示光场 $\pm 45^\circ$ 的偏振分量， S_3 表示光场的左旋与右旋圆偏振分量。除此之外，本文也对图 1 不同方位角下四光束远场干涉的偏振分布进行研究，结果如图 4（c1）~（c4）所示。



（a）测量 Stokes 参量实验装置图



（b）四束光在方位角为 $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ 时，晶格光场 S_0 、 S_1 、 S_2 、 S_3 参量的光强分布图



（c）四光束在不同方位角条件下重构正方晶格光场的偏振分布图

图 4 晶格光场的制备

结合上述实验过程,本文也对携带不同偏振的三光束以及六光束在不同方位角下的干涉进行系统地研究,实验结果如图 5 所示。图 5 (a1) ~ (a4) 为三角晶格光场的偏振分布,其对应的方位角分别是 0 、 $2\pi/3$ 、 $4\pi/3$; $\pi/12$ 、 $3\pi/4$ 、 $17\pi/12$; $\pi/6$ 、 $5\pi/6$ 、 $3\pi/2$; $\pi/3$ 、 π 、 $5\pi/3$ 。图 5 (b1) ~ 5 (b4) 为六角晶格光场的偏振分布,其对应的方位角分别是 0 、 $\pi/3$ 、 $2\pi/3$ 、 π 、 $4\pi/3$ 、 $5\pi/3$; $\pi/24$ 、 $3\pi/8$ 、 $17\pi/24$ 、 $25\pi/24$ 、 $33\pi/24$ 、 $41\pi/24$; $\pi/12$ 、 $5\pi/12$ 、 $3\pi/4$ 、 $13\pi/12$ 、 $17\pi/12$ 、 $7\pi/4$; $\pi/6$ 、 $\pi/2$ 、 $5\pi/6$ 、 $7\pi/6$ 、 $3\pi/2$ 、 $11\pi/6$ 。

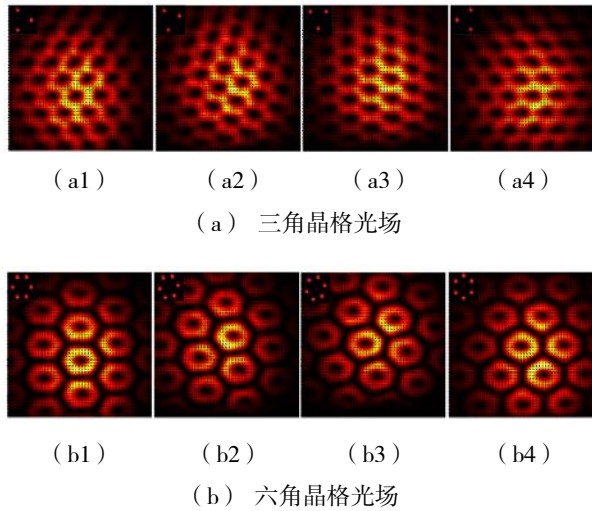


图 5 空间位置依赖矢量晶格的实验结果

不同偏振多光束干涉生成的晶格光场,其强度、偏振分布不仅依赖于光场的空间位置,同时也依赖于光场之间的相对相位。本文在实验上对具有不同相位的六光束的远场干涉进行了实验验证,实验上设置六光束对应的内部相位分别为 0 、 0 、 0 、 0 、 0 ; 0 、 $\pi/3$ 、 $2\pi/3$ 、 π 、 $4\pi/3$ 、 $5\pi/3$; 0 、 $2\pi/3$ 、 $4\pi/3$ 、 2π 、 $8\pi/3$ 、 $10\pi/3$; π 、 0 、 3π 、 0 、 5π 、 0 时,其远场干涉结果如图 6 (a1) ~ (a4) 所示。

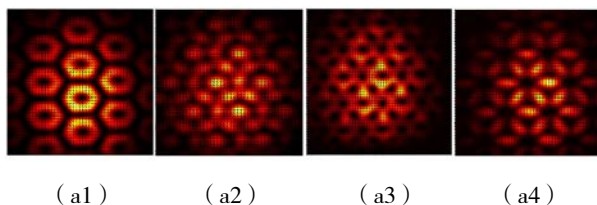


图 6 六光束不同内部相位产生的晶格光场结果图

为了验证所产生矢量晶格光场中多偏振奇点的结构,我们采用了干涉法对奇点位置进行标定和验证,具体实验光路如图 3 所示。实验结果如图 7 所示,其中图 7 (a1) ~ (a4)、图 7 (b1) ~ (b4) 和图 7 (c1) ~ (c4) 分别代表空间位置依赖三角、正方和六角矢量晶格与高斯光场的干涉结果。

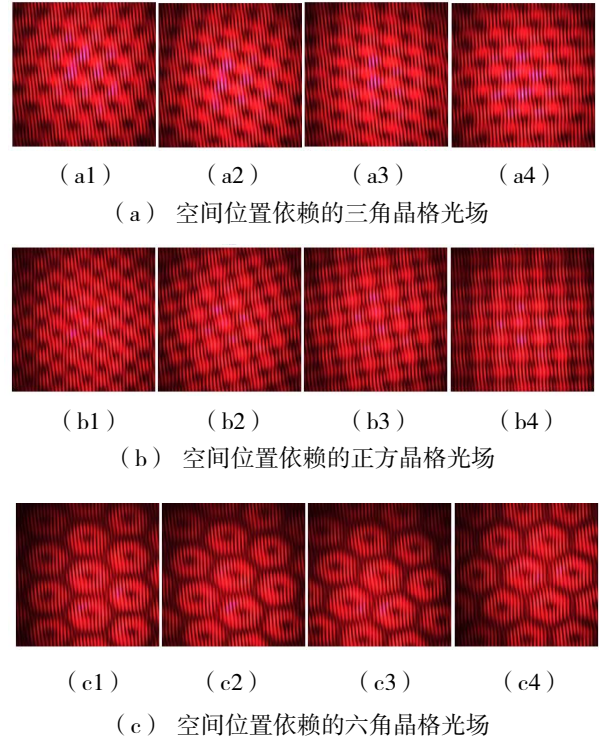


图 7 晶格光场与高斯光干涉生成的结果图

4 结果分析

从偏振测量系统拟合的实验结果,可以看出四光束干涉不仅具有特定的强度分布,更具有复杂的偏振结构。在不同方位角下,远场干涉图样随方位角的变化而有规律的旋转。以图 4 中 (c1) 晶格光场的位置为参考,光束的方位角越大,则晶格光场的旋转角度越大。三光束在远场干涉均具有蜂窝状的偏振与强度分布特性。随着三束光的方位角变化,其强度零点也随着光束位置的变动而相应改变。不同方位角下六光束干涉结果均为空间多“甜甜圈”结构的强度分布,且每个“甜甜圈”的偏振分布均与径向矢量光场偏振结构一致。以上结果表明,利用 SLM 与 Q-plate 相结合的

方式可以有效产生具有特定空间强度、振幅分布的矢量晶格,且通过改变多光束方位角可以实现矢量晶格光场的有效调控。除了改变光束方位角之外,还可以通过改变内部相位可以实现矢量晶格光场强度与偏振的联合调控。

以发生干涉的六角矢量晶格为例,在光场强度不为零的区域中出现了常规的余弦型干涉条纹。然而,在光场强度为零的奇点位置,出现了特有的叉型条纹错位现象。这种现象是由于在晶格强度为零的区域,光场的偏振状态无法准确确定造成的,从而导致了干涉图样的错位。三角和正方晶格的干涉图样也呈现了类似的特性。通过简易的干涉法实现了对矢量晶格光场中多个偏振奇点位置的有效标定和验证,证实了本文成功构造了依赖于空间位置和格点相位的矢量晶格光场。

5 结论

本文提出了一种产生具有多偏振奇点的矢量晶格光场的新方案。其原理是利用 SLM 产生多光束阵列,并利用 Q-plate 改变多光束的偏振,最后在远场干涉产生多偏振奇点晶格光场。SLM 可以灵活调控光束阵列中光场的数量、空间位置及相位,而 Q-plate 则可以精确控制多光束的偏振,从而产生不同种类的矢量晶格光场。

我们基于此方法系统地研究了三光束、四光束及六光束在不同参数条件下干涉所产生的光场结构。通过斯托克斯参量方法重构出各种晶格光场偏振分布,并利用干涉技术验证了矢量晶格中偏振奇点的位置分布。本研究为生成空间多偏振奇点光场提供了新方案,有望在立体光晶格原子钟的构造方面展现更重要的应用前景。

参考文献:

- [1] NYE J F, BERRY M V. Dislocations in wave trains[J]. Proceedings of the royal society of London: A Mathematical and Physical Sciences, 1974, 336: 165-190.
- [2] DAVID G G. A revolution in optical manipulation[J]. Nature, 2003, 424(6950): 810-816.
- [3] WOOD T A, ROBERTS G S, Eaimkhong S. Characterization of microparticles with driven optical tweezers[J]. Faraday Discussions, 2008, 137: 319-333.
- [4] ZHAO Y, ASKARPOUR A N, SUN L, et al. Chirality detection of enantiomers using twisted optical metamaterials[J]. Nature Communications, 2017, 8(1): 14180.
- [5] MACDONALD M P. Creation and manipulation of three-dimensional optically trapped structures[J]. Science, 2002, 296(5570): 1101-1103.
- [6] SIMPSON N B, DHOLAKIA K, ALLEN L, et al. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner[J]. Optics Letters, 1997, 22(1): 52-54.
- [7] ZHANG Y Q, SHEN J F, MIN C J, et al. Nonlinearity-induced multiplexed optical trapping and manipulation with femtosecond vector beams[J]. Nano Letters, 2018, 18(9): 5538-5543.
- [8] PADGETT M, BOWMAN R. Tweezers with a twist[J]. Nature Photonics, 2011, 5(6): 343-348.
- [9] ZHUANG X. Unraveling DNA condensation with optical Tweezers[J]. Science, 2004, 305(5681): 188-190.
- [10] JEFFRIES G D M, EDGAR J S, ZHAO Y, et al. Using polarization-shaped optical vortex traps for single-cell nanosurgery[J]. Nano Letters, 2007, 7(2): 415-420.
- [11] BARREIRO J T, WEI T C, KWIAT P G. Beating the channel capacity limit for linear photonic superdense coding[J]. Nature Physics, 2008, 4(4): 282.
- [12] D'AMBROSIO V, NAGALI E, WALBORN S P, et al. Complete experimental toolbox for alignment-free quantum communication[J]. Nature Communications, 2013, 3: 961(1-8).
- [13] SHEN Y, WANG X, XIE Z, et al. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities[J]. Light: Science & Applications, 2019, 8(1): 1-29.
- [14] REN Y, LI L, WANG Z, et al. Orbital angular momentum-based space division multiplexing for high-capacity underwater optical communications[J].

- Scientific Reports, 2016, 6: 33306.
- [15] JIA P, YANG Y, YUN X C, et al. Sidelobe-modulated optical vortices for free-space communication[J]. Optics Letters, 2013, 38: 588-590.
- [16] RICHARDSON D J, FINI J M, NELSON L E. Space-division multiplexing in optical fibres[J]. Nature Photonics, 2013, 7(5): 354-362.
- [17] MASUDA K, NNKNNO S, BARADA D, et al. Azo-polymer film twisted to form a helical surface relief by illumination with a circularly polarized Gaussian beam[J]. Optics Express, 2017, 25(11): 12499-12507.
- [18] TAKAHASHI F, MIYAMOTO K, HIDAI H, et al. Picosecond optical vortex pulse illumination forms a monocrystalline silicon needle[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 21738.
- [19] TAMBURINI F, THIDÉ B, MOLINA T G, et al. Twisting of light around rotating black holes[J]. Nature Physics, 2011, 7(3): 195-197.
- [20] VYAS S, SENTHILKUMARAN P. Interferometric optical vortex array generator[J]. Applied Optics, 2007, 46(15): 2893-2898.
- [21] MA H, LI X, TAI Y, et al. Generation of circular optical vortex array[J]. Annalen der Physik, 2017, 529(12): 1700285.
- [22] KURZYNOWSKI P, WOŹNIAK W A, ZDUNEK M, et al. Singularities of interference of three waves with different polarization states[J]. Optics Express, 2012, 20(24): 26755-26765.
- [23] YE D, PENG X, ZHAO Q, et al. Numerical generation of a polarization singularity array with modulated amplitude and phase[J]. JOSA A, 2016, 33(9): 1705-1709.
- [24] PAL S K, SENTHILKUMARAN P. Generation of V-point polarization singularity lattices[J]. Optics Express, 2017, 25(16): 19326-19331.
- [25] 王良伟, 刘方德, 李云达, 等. 基于空间光调制器构建二维任意形状的 ^{87}Rb 原子阵列[J]. 物理学报, 2023, 72(6): 169-176.
- [26] KATORI H. Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement[C]//6th Symposium on Frequency Standards and Metrology, Singapore: World Scientific, 2002: 323-330.
- [27] TAKAMOTO M, HONG F L, HIGASHI R, et al. An optical lattice clock[J]. Nature, 2005, 425(7040): 321-324.
- [28] OELKER E, HUTSON R B, KENNEDY C J, et al. Demonstration of 4.8×10^{-17} stability at 1 s for two independent optical clocks[J]. Nature Photonics, 2019, 13(10): 714-719.
- [29] CAMPBELL S L, HUTSON R B, MARTI G E, et al. A Fermi-degenerate three-dimensional optical lattice clock[J]. Science, 2017, 358(6359): 90-94.
- [30] ICHIRO U, TAKAMOTO M, KATORI H. Operational magic intensity for Sr optical lattice clocks[J]. Physical Review Letters, 2018, 121(26): 263202.
- [31] BOTHWELL T, KENNEDY C J, AEPPLI A, et al. Resolving the gravitational redshift across a millimetre-scale atomic sample[J]. Nature, 2022, 602(7879): 420-424.
- [32] TARGAT R L, BAILLARD X, FOUCHE M, et al. Accurate optical lattice clock with ^{87}Sr atoms[J]. Physical Review Letters, 2006, 97(13): 130801.
- [33] MCGREW W F, ZHANG X, FASANO R J, et al. Atomic clock performance enabling geodesy below the centimetre level[J]. Nature, 2018, 564(7734): 87-90.
- [34] BROWN R C, PHILLIPS N B, BELOY K, et al. Hyperpolarizability and operational magic wavelength in an optical lattice clock[J]. Physical Review Letters, 2017, 119(25): 253001.
- [35] LU X T, FENG G, WANG Y B, et al. Absolute frequency measurement of the ^{87}Sr optical lattice clock at NTSC using international atomic time[J]. Metrologia, 2023, 60(1): 015008.