

引用格式: 李向宇, 李春颖, 丁勇, 等. Hatch 滤波算法在 BDS-3 多频接收机中的应用[J]. 时间频率学报, 2025, 48(1): 23-28.

Hatch 滤波算法在 BDS-3 多频接收机中的应用

李向宇¹, 李春颖¹, 丁勇¹, 李鹏昆¹, 王惠正²

1. 天津航天中为数据系统科技有限公司, 天津 300992;

2. 航天恒星科技有限公司, 北京 100086

摘要: 分析了 Hatch 滤波算法的基本原理, 给出平滑伪距测量噪声的公式。选用 BDS-3 接收机测量数据, 进行了 BDS-3 卫星 B1C、B2a、B2b 单频 Hatch 滤波和 B1C/B2a、B1C/B2b、B2a/B2b 改进双频组合 Hatch 滤波伪距精度分析和单点定位精度实验。实验结果表明, 改进双频 Hatch 滤波算法能有效提升伪距测量精度和单点定位性能的稳定性, 提升 B1C、B2a、B2b 频点伪距精度 50% 以上, 提升 B1C/B2a、B1C/B2b、B2a/B2b 频点组合定位精度 30% 以上, 改进双频 Hatch 滤波在星载接收机上具有实际应用价值。

关键词: Hatch 滤波; BDS-3; 伪距精度; 定位精度

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2025-01-0023-06

Application of dual-frequency Hatch filtering algorithm in BDS-3 multi-frequency receiver

LI Xiang-yu¹, LI Chun-ying¹, DING yong¹, LI Peng-kun¹, WANG Hui-zheng²

1. Tian Jin Zhong Wei Aerospace Data System Technology CO. LTD, Tianjin 300992, China;

2. Space Star Technology Corporation, Beijing 100086, China

Abstract: This study analyzed the basic principle of the Hatch filtering algorithm and provided a formula for smoothing pseudorange measurement noise. The BD3 receiver measurement data was selected to conduct the pseudo-range accuracy analysis and single-point positioning accuracy experiments of the Hatch filtering for the B1C, B2a, and B2b single frequencies of the BDS-3 satellites, as well as the improved dual-frequency combination Hatch filtering for B1C/B2a, B1C/B2b, and B2a/B2b. The experimental results show that the improved dual frequency Hatch filtering algorithm can effectively improve the accuracy of pseudorange measurement, and the stability of single point positioning performance. The pseudorange accuracy of B1C、B2a、and B2b is improved by more than 50%. The positioning accuracy of B1C/B2a、B1C/B2b、B2a/B2b is improved by more than 30%. The improved Hatch filtering has practical application value in the field of satellite receiver.

Key words: Hatch filtering; BDS-3; pseudorange accuracy; positioning accuracy

北斗三代系统已经建立,目前在轨使用的 19-46 号北斗三代卫星相对于北斗二代卫星增加了 B1C、B2a、B2b 频点。标准单点定位算法以伪距为主要观测量,由于伪距噪声较大,受多路径影响严重,因此定位精度较差。载波相位观测量的噪声与伪距观测量的噪声相比小两个数量级,但存在整周模糊度解算和固定问题。将二者有效结合的载波平滑伪距计算方式,可以扬长避短,有效抑制多路径效应对伪距的影响,且不存在整周模糊度固定问题,计算效率高,可靠性强^[1-2]。利用单频载波平滑伪距的算法已经趋于成熟,并且具有良好的适用性^[3-4]。而双频 Hatch 滤波载波平滑伪距算法尚处于算法分析和仿真验证阶段^[5-6]。本文介绍的基于双频 Hatch 滤波载波平滑伪距算法应用于 BDS-3 频点,开展了载波相位平滑伪距处理、单频 Hatch 滤波载波相位平滑伪距处理、双频 Hatch 滤波载波相位平滑伪距处理的 BDS-3 接收机伪距精度和定位精度分析。旨在论证双频 Hatch 滤波载波相位平滑伪距算法可以有效提升 BDS-3 接收机定位精度。

1 Hatch 滤波数学模型

依据 Hatch 滤波原理,推导单频 Hatch 滤波、多频 Hatch 滤波的数学模型。

1.1 单频 Hatch 算法基本原理^[7-8]

通常,卫星与接收机之间的距离可以通过伪距和载波相位测量量两种方式表示,伪距精度比载波相位精度低,但伪距可以实现绝对定位,而载波相位有一个未知的整周模糊度,无法实现绝对定位。因此,最早 Hatch 提出了载波平滑伪距的方式,将二者有效结合起来,得到了一种单频 Hatch 滤波算法。对于历元 t_k ,伪距和载波相位测量量 ρ 、 φ 分别可表示为:

$$\begin{cases} \rho_k = p_k + c(\delta t_r - \delta t^s) + I_k + T_k + M_{k,\rho} \\ \varphi_k = \lambda^{-1} [p_k + c(\delta t_r - \delta t^s) - I_k + T_k] + N + M_{k,\varphi} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中: p 为接收机到卫星的真实距离, c 为光速, δt_r 为接收机钟差, δt^s 为卫星钟差, λ 为波长, I 为电离层延迟误差, T 为对流层延迟误差,

M_ρ 和 M_φ 分别表示伪距测量量和载波相位测量量中的由多径效应、热噪声和模型误差等引起的等效误差。单频 Hatch 滤波平滑器使用伪距和载波相位测量量,其过程可以表达为

$$\begin{aligned} \rho_s(k) &= \frac{1}{N_s} \rho(k) + \\ &\quad \frac{N_s - 1}{N_s} [\rho_s(k-1) + \lambda \varphi(k) - \lambda \varphi(k-1)] \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)中: $N_s = \tau_s / T_s$, 表示滤波步长, τ_s 为滤波平滑时间常数, T_s 为采样间隔, ρ_s 是平滑伪距值。经过滤波,平滑伪距测量的噪声可以被描述为

$$\sigma_{\rho_s} \approx \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \frac{1}{2N_s} \sigma_\rho^2} \quad (3)$$

可以看出, Hatch 滤波中滤波步长越长,平滑伪距误差越小,当时间常数足够大,滤波伪距测量的噪声接近载波相位测量的噪声。但限于实际应用过程中平滑滤波步长不可能无限大,选择合适的平滑滤波步长将直接影响 Hatch 滤波的性能。

1.2 多频 Hatch 算法及改进的多频 Hatch 算法基本原理^[7-8]

GNSS (Global Navigation Satellite System) 系统多频伪距和载波相位观测方程可以表示为:

$$\begin{cases} R_1 = p + k_1 \eta + \varepsilon_{R_1} \\ R_2 = p + k_2 \eta + \varepsilon_{R_2} \\ L_1 = p - k_1 \eta + \lambda_1 N_1 + \varepsilon_{L_1} \\ L_2 = p - k_2 \eta + \lambda_2 N_2 + \varepsilon_{L_2} \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中, R 和 L 为伪距和载波相位测量值, p 为卫星至接收机的无色散距离(伪距),包含卫星钟差、接收机钟差、对流层误差以及相对论效应影响等误差值, η 为 L_i 频率上电离层误差影响, ε 为观测噪声, $k_i = f_1^2 / f_i^2$, $i=1,2$, f 为频率。

对式(4)使用最小二乘法,可以得到:

$$\lambda_1 \hat{N}_1 = L_1 - (h_1 - h_2) R_1 - 2h_2 R_2, \quad (5)$$

$$\lambda_2 \hat{N}_2 = L_2 - 2h_1 R_1 + (h_1 - h_2) R_2. \quad (6)$$

式(5)和(6)中, $h_1 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}$, $h_2 = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}$ 。

这两个线性组合在时间上是恒定的,因而也是一组时不变组合。很明显,时不变组合是无电离和无几何的,因而,任意的两个时不变组合仍然是时不变组合:

$$\lambda_{\text{IF}} \hat{N}_{\text{IF}} = L_{\text{IF}} - R_{\text{IF}}。 \quad (7)$$

式(7)中, $\lambda_{\text{IF}} = \frac{c}{f_1^2 - f_2^2}$, $\hat{N}_{\text{IF}} = f_1 N_1 - f_2 N_2$, $L_{\text{IF}} = h_1 L_1 + h_2 L_2$, $R_{\text{IF}} = h_1 R_1 + h_2 R_2$ 。对上述时不变组合应用时间平均算法,即对公式(7)在 N 个历元上的值分别进行平均,假设已知每个历元对应的公式(7)左边与右边的各历元的值,然后对这 N 个历元进行求和后取平均值,即可得到公式(8)如下所示:

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{IF}} \bar{N}_{\text{IF}}^n &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (L_{\text{IF}}^j - R_{\text{IF}}^j) = \\ &= \frac{n}{n-1} \lambda_{\text{IF}} \bar{N}_{\text{IF}}^{n-1} + \frac{1}{n} (L_{\text{IF}}^n - R_{\text{IF}}^n)。 \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)中, n ($n \geq 2$) 是平滑窗口宽度。即有:

$$\bar{R}_{\text{IF}}^n = \frac{n}{n-1} (\bar{R}_{\text{IF}}^{n-1} + L_{\text{IF}}^n - L_{\text{IF}}^{n-1}) + \frac{R_{\text{IF}}^n}{n}。 \quad (9)$$

当 $\bar{R}_{\text{IF}}^1 = R_{\text{IF}}^1$ 时,还可以得到:

$$\bar{R}_{\text{IF}}^n = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_{\text{IF}}^j + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (L_{\text{IF}}^n - L_{\text{IF}}^j)。 \quad (10)$$

很明显,伪距测量的低频分量采用了时间平均算法来提取,而载波的高频分量采用时间差技术。由此可见,应用于单频和多频信号的 Hatch 滤波算法在形式上完全相同。只不过在应用于多频信号时,利用了无电离的模型和参数,可以削弱电离层对于延时误差的影响。然而,此法对于多频信号还有改进之处。改进的 Hatch 滤波应该有更小的噪声。此外,它还是一个对于当前时刻的卫星接收机距离的无偏估计。因此,这类载波平滑伪距策略可以被描述为

$$\bar{R}_{\text{IF}}^n(\theta) = (1-\theta)R_{\text{IF}}^n + \theta(L_{\text{IF}}^n - \lambda_{\text{IF}} \bar{N}_{\text{IF}}^n)。 \quad (11)$$

式(11)中, θ 为任意实数。简单起见,假设相同类型的测量值有相同的精度。那么此滤波器的方差可以写为

$$\text{cov}[\bar{R}_{\text{IF}}^n(\theta)] = \frac{n}{n-1} \sigma_{R_{\text{IF}}}^2 \left[(1+\gamma)\theta^2 - 2\theta + \frac{n}{n-1} \right]。 \quad (12)$$

式(12)中, γ 为相位伪距协方差率, $\sigma_{R_{\text{IF}}}^2$ 为 R_{IF} 的方差。很容易证明,当且仅当 $\theta = (1+\gamma)^{-1}$ 时,滤

波器达到最小方差:

$$\bar{R}_{\text{IF}}^n(\theta^*) = \frac{1}{1+\gamma} (\gamma R_{\text{IF}}^n + L_{\text{IF}}^n - \lambda_{\text{IF}} \bar{N}_{\text{IF}}^n)。 \quad (13)$$

下面两个协方差表达式可以表明改进的 Hatch 滤波效果好于原始算法:

$$\text{cov}[\bar{R}_{\text{IF}}^n(\theta^*)] = \frac{n}{n-1} \sigma_{R_{\text{IF}}}^2 \left[\frac{\gamma}{1+\gamma} + \frac{1}{n-1} \right], \quad (14)$$

$$\text{cov}[\bar{R}_{\text{IF}}^n] = \frac{n}{n-1} \sigma_{R_{\text{IF}}}^2 \left[\gamma + \frac{1}{n-1} \right]。 \quad (15)$$

式(14)和(15)中精度增益因子:

$$\frac{\text{cov}[\bar{R}_{\text{IF}}^n]}{\text{cov}[\bar{R}_{\text{IF}}^n(\theta^*)]}。 \quad (16)$$

可以被用于估计改进版本的性能。然而,改进版本只是稍微优于传统 Hatch 滤波,事实上,改进版本的 Hatch 滤波的精度增益存在一定限制:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{cov}[\bar{R}_{\text{IF}}^n]}{\text{cov}[\bar{R}_{\text{IF}}^n(\theta^*)]} = 1 + \gamma。 \quad (17)$$

在式(17)精度增益的公式中得到了验证。

2 实验与精度分析

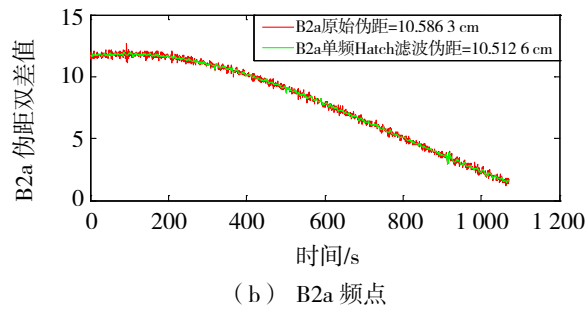
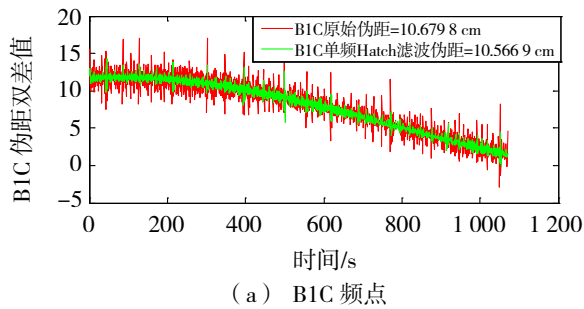
为了验证单频 Hatch 滤波和改进双频 Hatch 滤波算法的有效性及其应用效果,使用航天恒星科技有限公司研发的北斗三代多频多模 SoC 接收机,分别采用单频 Hatch 滤波和改进双频 Hatch 滤波算法,利用全频点 GNSS 信号源(以下称“模拟源”),运行低轨轨道动态场景,开展了动态模拟环境下导航性能测试实验,采用间隔为 1 s,卫星高度截止角为 5° 以上的 1 000 个连续无周跳历元数据,分析了 GNSS 接收机的伪距测量精度和导航定位精度。Hatch 滤波平滑时间常数取 1 s,滤波采样间隔为 50 ms,即滤波步长为 20(注:本章节所示精度均是接收机所得的测量值与模拟源存储的理论值做差后得到的差值,所求的精度是标准差 std 值,采用 1 sigma 统计)。

2.1 平滑效果分析

首先选取 B1C 频点、B2a 频点未平滑伪距,得到伪距双差结果;再采用单频 Hatch 滤波对 B1C 频

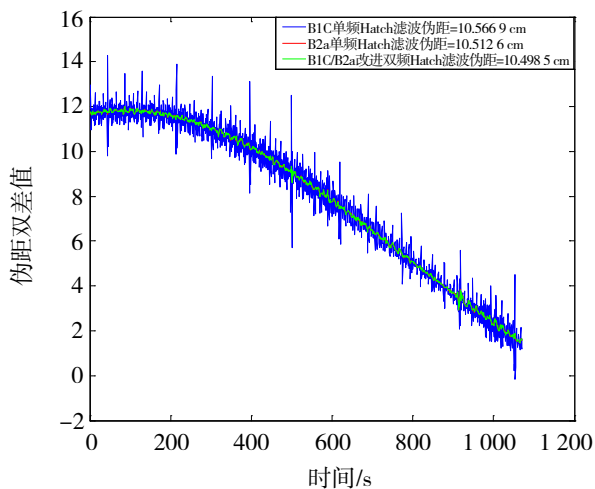
点、B2a 频点的伪距进行平滑伪距, 得到伪距双差结果, 如图 1 所示。从图 1 的比对结果可以看出, 经过单频 Hatch 滤波的伪距双差精度优于未平滑伪距双差精度, B1C 和 B2a 频点表现一致。

再采用改进双频 Hatch 滤波对 B1C 频点、B2a 频点进行平滑伪距, 得到修正伪距双差结果, 与单频 Hatch 滤波的对比结果见图 2 所示。从图 2 可以看出, 经过改进双频 Hatch 滤波的伪距双差精度优于单频 Hatch 滤波伪距双差精度。



注: 红色代表原始伪距、绿色代表经过单频 Hatch 滤波后伪距

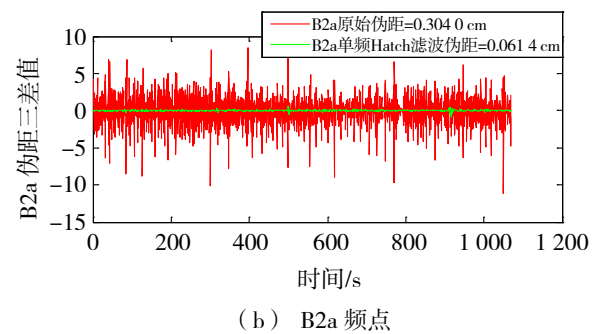
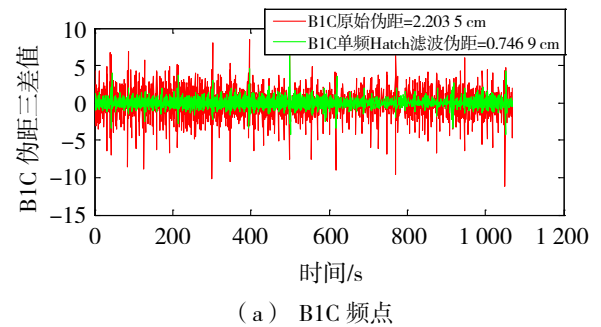
图 1 伪距双差精度对比图



注: 蓝色代表 B1C 单频 Hatch 滤波后伪距、红色代表 B2a 单频 Hatch 滤波后伪距、绿色代表 B1C/B2a 改进双频 Hatch 滤波后伪距

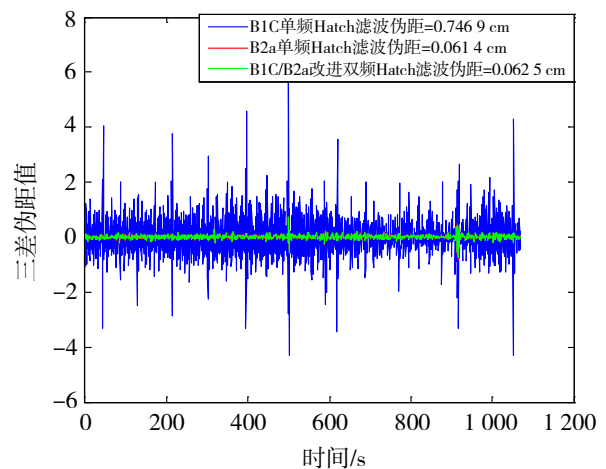
图 2 伪距双差精度对比图

对 B1C 频点、B2a 频点未平滑的伪距与单频 Hatch 滤波的伪距进行三差处理, 得到对比结果如图 3 所示。从图 3 可以看出, 单频 Hatch 滤波伪距三差精度明显优于未平滑的伪距三差精度。将改进双频滤波伪距三差结果与单频 Hatch 滤波的伪距三差结果进行比对, 结果见图 4。从图 4 可以看出, 经过改进双频 Hatch 滤波的伪距三差精度优于单频 Hatch 滤波伪距三差精度。



注: 红色代表原始伪距、绿色代表经过单频 Hatch 滤波后伪距

图 3 伪距三差精度对比图



注: 蓝色代表 B1C 单频 Hatch 滤波后伪距、红色代表 B2a 单频 Hatch 滤波后伪距、绿色代表 B1C/B2a 改进双频 Hatch 滤波后伪距

图 4 伪距三差精度对比图

图 1~4 的曲线波动情况对单频滤波和改进双频滤波的伪距精度给出了直观地描述,分析结果看出改进双频滤波平滑后的波动范围大大减少。其中图 3~4 可以看出,在 B1C 伪距精度约为 2.2 cm, B2a 伪距精度约为 0.3 cm 的情况下,经过改进双频滤波得到的伪距精度为 0.06 cm,双差精度提升了两个数量级,效果非常明显。

上述精度结果示于表 1。

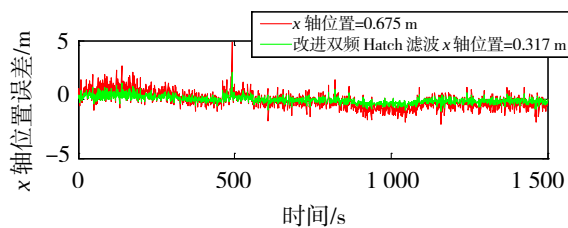
表 1 伪距精度对比情况

类型	精度/cm
B1C 原始伪距精度	2.203 5
B2a 原始伪距精度	0.304 0
单频 Hatch 滤波后 B1C 伪距精度	0.746 9
单频 Hatch 滤波后 B2a 伪距精度	0.061 4
B1C/B2a 改进双频 Hatch 滤波后伪距精度	0.062 5

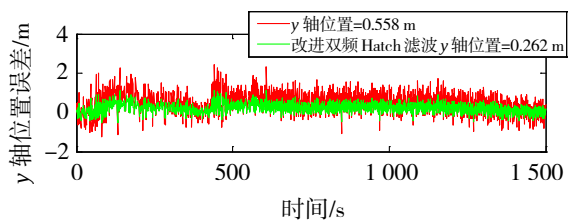
上述分析可以证明本文采用的改进双频滤波算法的正确性,可用改进双频滤波得到的伪距作为输入开展后续 2.2 章节的定位解算。

2.2 定位精度分析

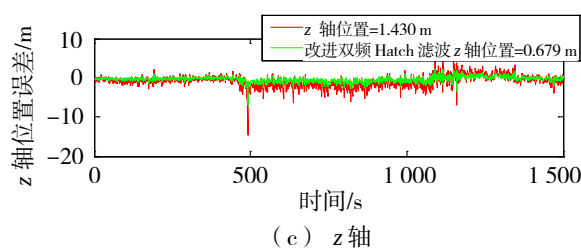
分别使用未进行平滑的伪距数据与利用改进双频 Hatch 滤波的伪距数据进行最小二乘定位解算,得到定位精度对比情况如图 5~8 所示,其中图 5 为三轴位置精度,图 6 为三轴速度精度,图 7 为水平高程位置精度、图 8 为水平高程速度精度。



(a) x 轴

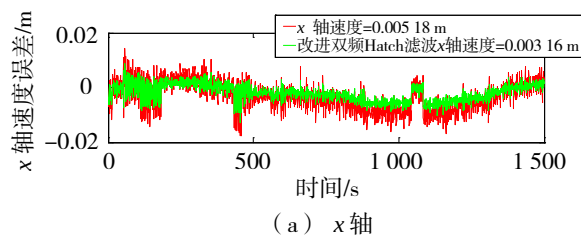


(b) y 轴

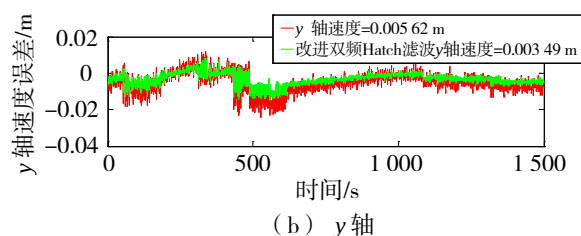


(c) z 轴

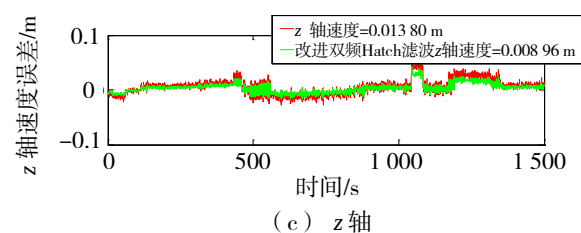
图 5 平滑前后三轴位置精度对比图



(a) x 轴

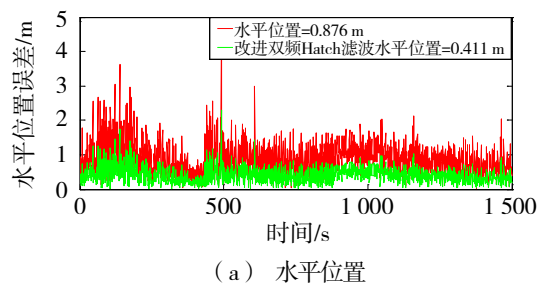


(b) y 轴

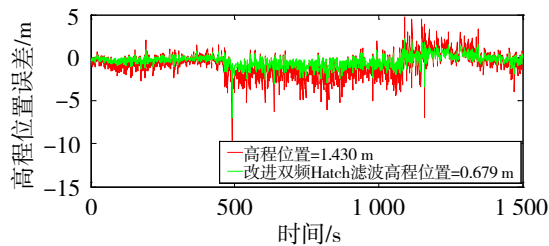


(c) z 轴

图 6 平滑前后三轴速度精度对比图



(a) 水平位置



(b) 高程位置

图 7 平滑前后水平高程位置精度对比图

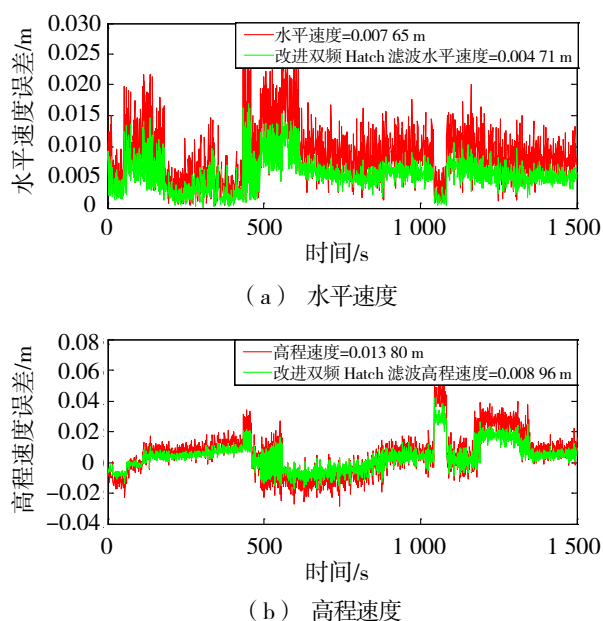


图 8 平滑前后水平高程速度精度对比图

上述精度结果统计示于表 2。

表 2 定位精度对比情况

类型	三轴位置 /m	三轴速度 /m	水平高程 位置/m	水平高程 速度/m
平滑前	$x=0.675$ $y=0.558$ $z=1.430$	$x=0.005\ 18$ $y=0.005\ 62$ $z=0.013\ 80$	$L=0.876$ $H=1.430$	$L=0.007\ 65$ $H=0.013\ 80$
平滑后	$x=0.317$ $y=0.262$ $z=0.679$	$x=0.003\ 16$ $y=0.003\ 49$ $z=0.008\ 96$	$L=0.411$ $H=0.679$	$L=0.004\ 71$ $H=0.008\ 96$

由图 5~8 可知, 经过改进双频滤波后的三轴位置速度精度均有所提升。其中 x 轴位置精度提升 53.0%, y 轴位置精度提升 53.0%, z 轴位置精度提升 52.5%, x 轴速度精度提升 39.0%, y 轴速度精度提升 37.9%, z 轴速度精度提升 35.1%, 水平位置精度提升 53.1%, 高程位置精度提升 52.5%, 水平速度精度提升 38.4%, 高程速度精度提升 35.1%。

3 结语

改进双频 Hatch 滤波算法可以有效提升原始测

量精度, 进而提升导航接收机定位、测速和授时精度, 但是对载波相位稳定性依赖较大, 存在一定使用限制, 具体应用过程中需要增加原始测量数据可用性判断措施, 以提升工程应用可靠性。航天恒星科技有限公司研制的星载 GNSS 接收机使用了改进双频 Hatch 滤波算法, 在一系列低轨卫星上开展应用, 经过分析, 改进双频 Hatch 滤波算法可有效提高伪距测量精度和导航定位精度, 具有较高的推广价值。未来可根据实际使用场景的多频点载波相位及递推得到的多普勒变化值进行组合伪距修正, 进一步提升导航性能。

参考文献:

- [1] HATCH R. The synergism of GPS code and carrier measurements[C] // Proceedings of the 3rd International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, Las Cruces: New Mexico State University, 1982.
- [2] 李朋, 徐博, 刘文祥, 等. 基于载波相位平滑伪距的卡尔曼滤波定位方法[J]. 全球定位系统, 2013, 38(4): 16-19+27.
- [3] WALTER T, DATTA-BARUA S, BLANCH J, et al. LAAS ionosphere spatial gradient threat model and impact of LGF and airborne monitoring[C] // Proceedings of International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, 2003: 2255-2274.
- [4] 陈正生, 张清华, 崔阳, 等. 单频载波相位移动开窗平滑伪距算法及精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(7): 964-973.
- [5] 徐宗秋, 韩澎涛, 赵洪涛, 等. BDS-3 基本系统载波相位平滑伪距分析[J]. 测绘科学, 2020, 45(12): 62-68.
- [6] 刘明亮, 安家春, 王泽民, 等. BDS-3 多频伪距定位性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(6): 902-910.
- [7] HUANG Z, ZHU Z. A new optimal Hatch filter to minimize the effects of ionosphere gradients for GBAS[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008, 21(6): 526-532.
- [8] WANG Y H. Optimal carrier-smoothed-code algorithm for dual-frequency GPS data[J]. Progress in Natural Science, 2008(5): 591-594.